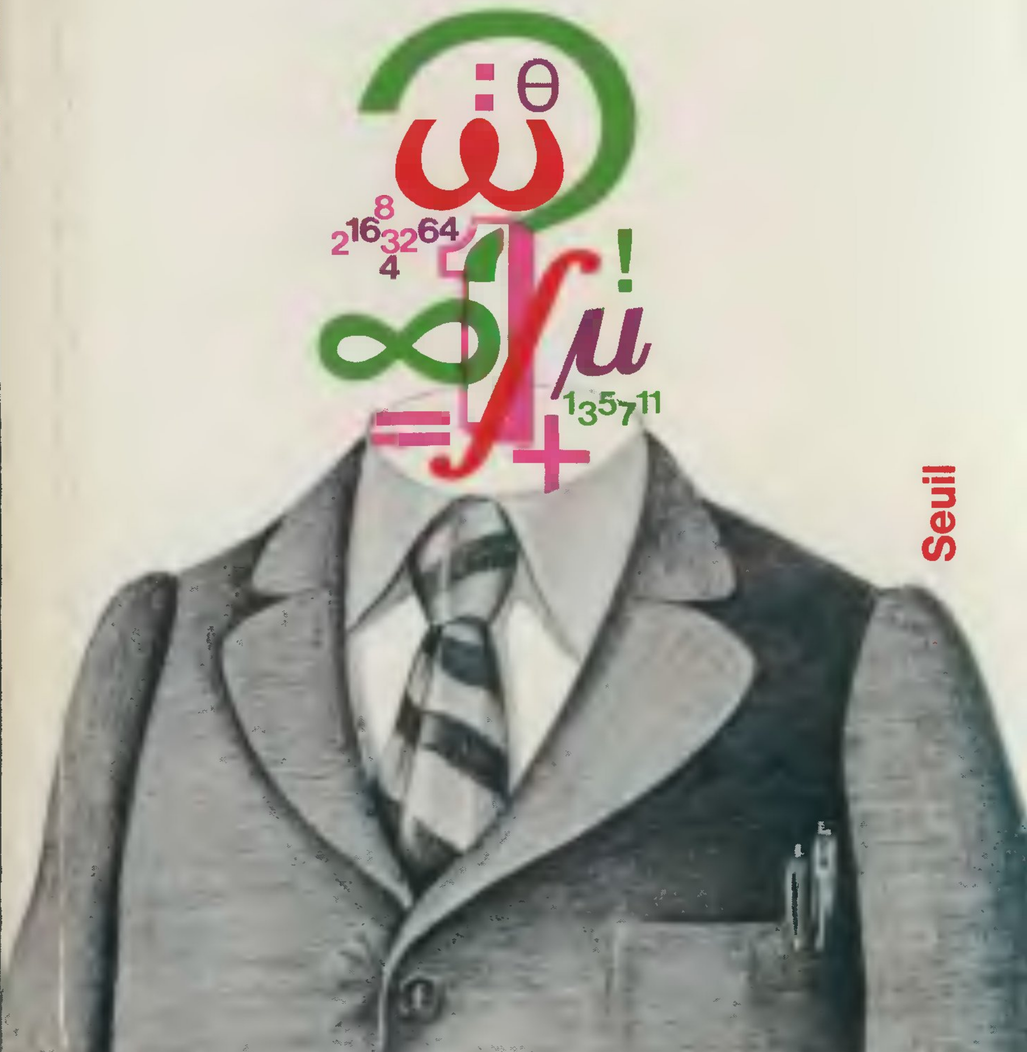
jeux
de l'esprit et divertissements mathématiques

Jean-Pierre Alem



Seuil

du même auteur **Terre d'Israël** aux mêmes éditions

ISBN 2-02-004272-X

jeux de l'esprit et divertissements mathématiques

Jean-Pierre Alem

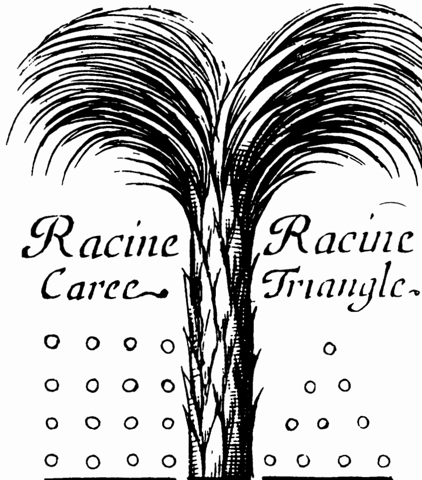
Seuil

Lorsque Archimède
trouva la pesanteur
des corps,
il rendit service
au genre humain;
mais de quoi vous servira
de trouver trois nombres
tels que la différence
des carrés de deux
ajoutée au cube de trois
fasse toujours un carré,
et que la somme
des trois différences
ajoutée au même cube
fasse un autre carré?

Voltaire,
Dictionnaire philosophique.

Retranchez
toutes les curiosités
qui passionnent.
Surtout,
ne vous laissez point
ensorceler par
les attraits diaboliques
de la géométrie :
rien n'éteindrait tant
en vous l'esprit
intérieur de grâce
et de recueillement.

Fénelon,
Lettres spirituelles.

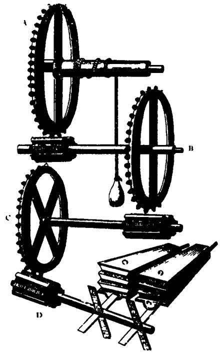


1	1	1
4	2	3
9	3	6
16	4	10
25	5	15
36	6	21
42	7	28
64	8	36
81	9	45
100	10	55
121	11	66
144	12	78
169	13	91
196	14	105
225	15	120
256	16	126
289	17	133
324	18	151
361	19	170
400	20	190

avant-propos

Depuis leur lointaine origine, les mathématiques ont toujours eu deux fins : permettre le progrès des arts et des autres sciences, et amuser les mathématiciens. Les Chaldéens, les Égyptiens, les Grecs de l'Antiquité usèrent de l'arithmétique et de la géométrie pour dresser des tables astronomiques, cadastrer les terres, diriger les navires; mais ils en usèrent aussi pour leur plaisir.
Ce sont les Grecs qui imaginèrent les premiers problèmes proposés en forme de défi : leurs dieux eux-mêmes participèrent au jeu lorsque Apollon, par la bouche de son oracle, posa aux habitants de Chios le problème de la duplication du cube. Archimède, plus modestement, envoya aux savants de l'École d'Alexandrie le problème des bœufs de Thrinacie, qu'ils ne surent pas résoudre.
C'est au début de notre ère, pendant la « guerre des Juifs », que se situe l'aventure vraie ou fausse de Josèphe dans les grottes de Jotapata, racontée par Hégésippe; elle inspira un problème célèbre dans l'Empire romain, et transmis, sous des formes diverses, pendant tout le Moyen Age.
Les Hindous, grands mathématiciens, puisèrent eux aussi dans leur science la matière de problèmes plaisants que l'on trouve dans leurs contes de fées, et dans un livre écrit par Lilawâti pour sa fille, au XIIe siècle.

En Europe, Charlemagne fut le premier grand amateur d'énigmes mathématiques. Il offrit mille écus à qui résoudrait la quadrature du cercle. Son ami, le théologien Alcuin, lui proposa le problème devenu fameux du loup, de la chèvre et du chou.
Mais c'est à partir de la Renaissance que se développa l'engouement pour les jeux mathématiques. Nicolas Chuquet en donna en 1484 un premier recueil que nous avons reproduit à la fin de ce livre. D'autres auteurs l'imitèrent au siècle suivant : Estienne de la Roche, Jacques Chauvet, Jean Trenchant. La multiplicité des éditions de leurs livres est une preuve de leur succès.
A la fin du XVI^{e} siècle, un professeur de Louvain, Van Roomen, plus connu sous le pseudonyme d'Adrianus Romanus, renouant avec une mode ancienne, lança à « tous les mathématiciens du monde » un défi, sous la forme d'une certaine équation du 45^{e} degré à résoudre. François Viète, conseiller au Parlement de Bretagne, lui envoya la solution exacte.
Adrianus Romanus fut imité au XVII^{e} siècle par Fermat, Pascal, Descartes, Mersenne, qui répandirent leurs défis à travers l'Europe entière. Défis de Fermat à l'Anglais Digby qui donnèrent lieu à l'ouverture d'un *procès mathématique,* défis de Mersenne à Fermat, défis de Pascal à propos de la cycloïde, etc.
Si grand était le goût de ces amusements savants qu'on les proposait au public par voie d'affiches. C'est ainsi que



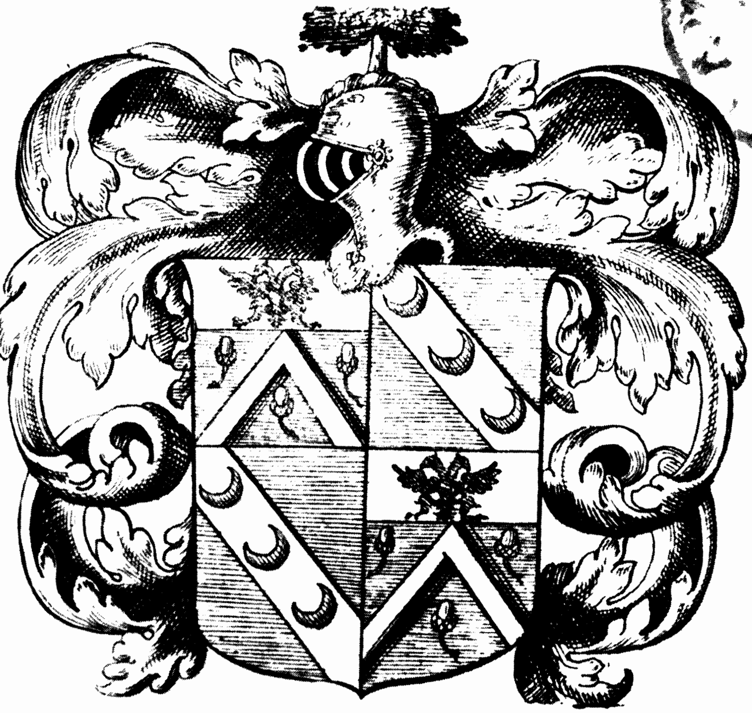
Descartes, voyageant en Hollande, fut intrigué par une inscription en flamand accompagnée de figures géométriques. Il se fit traduire le texte : c'était l'énoncé d'un problème difficile que son auteur offrait à la sagacité de ses concitoyens. Descartes le résolut aussitôt.

Trois ouvrages de récréations mathématiques eurent à cette époque un grand succès : les *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres,* livre qui fait de larges emprunts à l'œuvre de Nicolas Chuquet et dont l'auteur, l'académicien Bachet de Meziriac, s'était jusque-là fait connaître par deux œuvres d'inspiration bien différentes, des *Chansons dévotes sur les principales fêtes de l'année,* et une traduction d'Ovide accompagnée de *Commentaires fort curieux.* Puis le frère minime Marin Mersenne, ami de Descartes, publia *Questions inouïes ou récréations des savants,* livre qui fut tenu en haute estime par les géomètres de l'époque. Enfin Jacques Ozanam, membre de l'Académie des sciences, fit paraître un gros ouvrage intitulé *Récréations mathématiques et physiques,* qui est le premier classique du genre.

Les plus grands mathématiciens des deux siècles suivants maintinrent la tradition des défis et des problèmes posés en forme de jeu. Leibniz, Euler — auteur du problème des trente-six officiers —, Lagrange, Bernoulli — inventeur du paradoxe de Saint-Pétersbourg —, Hamilton, Cayley, enrichirent ainsi la collection des jeux mathématiques. Mais la contribution la plus importante fut apportée par Édouard

RECREATION MATHEMATICQVE. COMPOSEE DE PLVSIEVRS PROBLEMES PLAISANTS ET FACETIEVX.

En faict d'Arithmeticque Geometrie, Mechanicque, Opticque, & autres parties de ces belles ſciences.



AV PONT-A-MOVSSON,
Par IEAN APPIER HANZELET, Imprimeur & Graueur de Son ALTESSE, & de l'Vniuerſité.

M. DC. XXVI.

Lucas, astronome à l'Observatoire de Paris, puis professeur de mathématiques spéciales, qui, après de savants travaux sur la théorie des nombres et les sections coniques, publia, de 1881 à 1894, quatre volumes de *Récréations mathématiques*. C'est là l'ouvrage le plus important et le plus classique qui ait paru sur ce sujet, et les auteurs postérieurs lui firent quelquefois de larges emprunts.
Charles Lutwidge Dodgson, plus connu sous le nom de Lewis Carroll, puis, parmi nos contemporains, John H. Northrop, prix Nobel de chimie en 1946, et George Gamow, célèbre astrophysicien américain, écrivirent à leur tour des livres où les mathématiques apparaissent sous un jour attrayant et parfois bien surprenant.
En 1935, un certain nombre de professeurs et de chercheurs se réunirent à Bruxelles en un Congrès international de récréation mathématique. On y parla du fameux problème du cavalier des échecs. Pigeolet révéla les mystères de la cryptarithmétique. On envisagea le rôle des mathématiques récréatives dans l'enseignement. Un deuxième congrès eut lieu à Paris en 1937. La guerre mit fin à ces réunions.
Aujourd'hui, l'auteur le plus actif et le plus remarquable de récréations mathématiques est l'Américain Martin Gardner. Il a publié de nombreux ouvrages traduits en français, et il s'adresse, à travers le *Scientific American* et les journaux spécialisés qu'il dirige, à des millions de lecteurs.

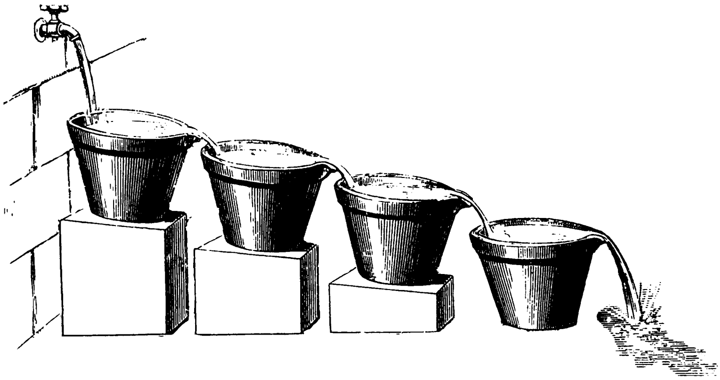
Les premières questions qui excitèrent l'imagination des auteurs de jeux mathématiques furent celles qui concernent les « traversées difficiles », dont les problèmes du loup, de la chèvre et du chou, celui des trois maris jaloux, et leurs innombrables versions ultérieures, fournissent des exemples; puis celles des « jarres », qui consistent à mesurer une quantité de liquide ou de grain avec un petit nombre de vases étalonnés. On trouve déjà les unes et les autres, comme le lecteur pourra le voir, chez Nicolas Chuquet.

On chercha ensuite les moyens de deviner un nombre ou une carte qu'un partenaire tenait cachés.

Les carrés magiques, que les Arabes firent connaître à l'Europe au XIVᵉ siècle, suscitèrent l'intérêt passionné des alchimistes. Les mathématiciens modernes ne les ont pas oubliés et leur ont consacré quelques travaux.

Fermat introduisit les problèmes sur les nombres. Le jeu d'échecs fournit la matière de nombreuses questions, souvent fort difficiles. Les auteurs contemporains, enfin, font largement appel à l'analyse combinatoire et aux probabilités.

Des problèmes fort anciens qui, malgré leur apparence, se résolvent par un raisonnement mathématique, sont ceux des parentés compliquées. On les trouve dès le Haut Moyen Age dans les contes hindous. Ils n'ont pas cessé d'avoir leurs amateurs, comme en témoigne cette pierre tombale du cimetière d'Alencourt :



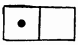
Ici reposent un fils, une mère,
une fille, un père,
une sœur, un frère,
une épouse, un époux.

Et ils ne sont que trois en tout.

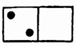
L'école primaire fait un large usage des jeux arithmétiques qui sont proposés aux écoliers dans tous les manuels. L'abus des robinets a malheureusement quelque peu gâté l'intérêt de ces énoncés. Nous avons épargné au lecteur ce genre de « récréations » qui lui auraient rappelé des heures pénibles de son enfance.

Enfin, nous nous garderons bien d'oublier les problèmes fantaisistes, dont le plus fameux est celui de « l'âge du capitaine ». Il a pour inventeur Flaubert, et la première version s'en trouve dans une lettre qu'il écrivit à sa sœur Caroline : « Puisque vous étudiez la géométrie et la trigonométrie, je vais vous soumettre un problème : Un bateau vogue sur l'Océan. Il a quitté Boston avec un chargement de laine. Il jauge 200 tonneaux. Il se dirige vers Le Havre. Le grand mât est cassé, le garçon de cabine est sur le pont, il y a douze passagers à bord. Le vent souffle ENE. L'horloge marque 3 h 1/4. On est au mois de mai. Quel est l'âge du capitaine? »

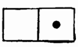
sigles



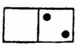
problème dont la solution
n'exige aucune connaissance
mathématique



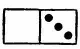
problème dont la solution
exige un minimum de connaissances
mathématiques



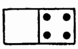
facile



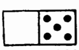
assez facile



assez difficile



difficile



très difficile

$\otimes$

remplace une lettre manquante

(?)

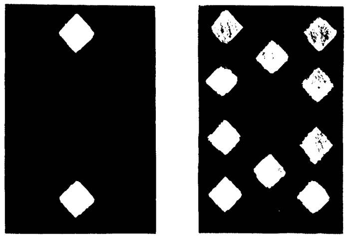
remplace une partie de mot
ou un mot manquant

jeux

1

les trois erreurs de Clotaire

Le déjeuner se termine. Le professeur vient de commander les cognacs. Son neveu Clotaire pousse un profond soupir.
— Je n'ai pas eu de chance au jeu, hier soir.
— Vraiment? dit distraitement Clovis.
— J'ai perdu une assez grosse somme. Une somme représentée par un nombre de quatre chiffres!
— Est-ce un nombre premier? demande Clovis, entraîné par la déformation professionnelle.
— Non, il est divisible par 101... et lorsque vous saurez que le produit de ses deux derniers chiffres est 25...
— C'est une grosse somme, dit sévèrement le professeur.
— Oui, admet Clotaire. Mais je ne tarderai pas à me rattraper. J'ai appris le calcul des probabilités. Cela me donnera un avantage énorme sur mes partenaires de jeu.
Clovis Clou regarde son neveu par-dessus ses lunettes.
— Tu as appris le calcul des probabilités?
— Oui, mon oncle.
— Eh bien, si tu réponds correctement aux trois

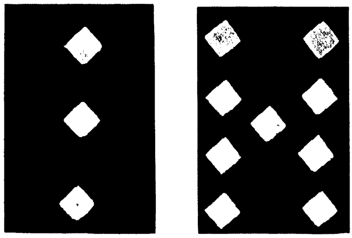


1

questions que je vais te poser, je te donnerai un chèque qui couvrira ta dette.
— Allons-y, dit joyeusement Clotaire.

Première question. Si on lance deux fois la même pièce de monnaie, quelle est la probabilité de tirer face au moins une fois?
— Facile, dit Clotaire. On tire face au premier coup. On tire face au deuxième coup. On ne tire pas face du tout. Trois cas possibles, dont deux favorables. La probabilité cherchée est de 2/3.

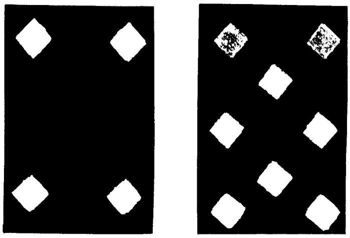
Deuxième question. On lance simultanément trois pièces de monnaie. Quelle est la probabilité pour qu'elles retombent toutes trois du même côté?
Clotaire réfléchit un moment.
— Sur les trois pièces, il y en a forcément deux qui tombent d'un même côté. La troisième pièce a autant de chances de tomber de ce côté-là que de l'autre. La probabilité pour qu'elles présentent toutes les trois la même face est donc 1/2.



1

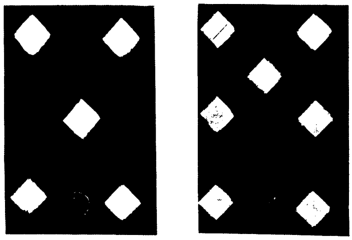
Troisième question, dit Clovis sans commentaires. Tu as, dans un chapeau, trois cartes. L'une a ses deux faces rouges, la deuxième une face rouge et une face blanche, la troisième ses deux faces blanches.
Tu tires une carte dans le chapeau. La face tournée vers toi est rouge. Quelle est la probabilité pour que la face cachée soit également rouge?
— Cette fois, mon oncle, dit Clotaire en riant, je tiens le chèque! La carte que j'ai tirée a autant de chances d'être la rouge-rouge que la rouge-blanc. La probabilité pour que la face cachée soit rouge est donc 1/2.

Clotaire allume son cigare en regardant son oncle avec un peu d'ironie. Mais soudain il sursaute.
— Tu es un âne, vient de déclarer le vieux professeur. Et je ne paierai pas ta dette. Avec ta façon de calculer les probabilités, tu aurais bientôt reperdu le double.
— Donnez-moi une dernière chance, dit Clotaire.
— Inutile.



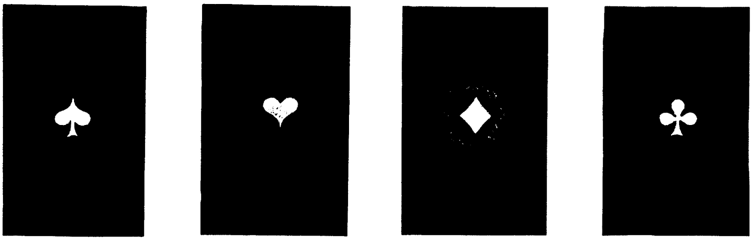
1

— Attendez. Cette fois, c'est moi qui vous pose la question.
— Et c'est moi qui réponds? Voyons cela, dit le professeur amusé.
— Voici. Je dispose d'un tas de jetons, les uns blancs, les autres noirs. Hors de votre présence, je mets deux jetons dans un sac opaque que je vous apporte. Comment trouverez-vous la couleur de ces jetons sans ouvrir le sac?
— C'est impossible, dit Clovis en haussant les épaules.
— Eh bien, je vais vous démontrer que l'un de ces jetons est blanc et l'autre noir.
— J'aimerais voir cela.
Clotaire prend un stylo à bille et, comme il n'est guère soigneux, il écrit la démonstration sur la nappe damassée. Lorsqu'il a terminé, son oncle se met à rire.
— Voilà un bien joli paradoxe mathématique, dit-il. C'est toi qui en as eu l'idée?
— Oui, mon oncle, répond Clotaire, mentant effrontément, car il l'a lu la veille dans *Pillow Problems* de Lewis Carroll.



— Eh bien, tu as gagné! Je paie ta dette.
Le professeur tire son chéquier de sa poche, l'ouvre, écrit et tend à son neveu un chèque, d'ailleurs sans provision.

(1) Quel chiffre Clovis écrit-il sur son chèque?
(2) Quelles sont les réponses *exactes* à ses trois questions?
(3) Par quelle démonstration Clotaire séduit-il le professeur?



2

la coupe de France de rugby

En arrivant chez son ami Albalabero, secrétaire de la Fédération française de rugby, Clovis Clou trouva celui-ci très préoccupé.

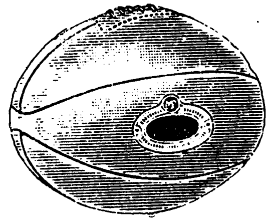
— Savez-vous, lui dit-il, que l'on va organiser l'an prochain une coupe de France de rugby?

— Bravo, dit Clovis, qui aimait bien voir les autres se donner des coups.

— Vous allez pouvoir m'aider, car je suis embarrassé! Je suis chargé de recruter les arbitres qui nous seront nécessaires. Un arbitre par partie, autant d'arbitres que de parties. Il me faut donc calculer le nombre de celles-ci et je n'y parviens pas.

— C'est pourtant simple!

— Pas autant que vous croyez. Ce serait simple s'il y avait 16, 32, 64, 128 équipes... mais, pour des raisons de politique locale, la Fédération en a retenu 161! Il y aura donc un système d'éliminatoires compliqué, avec exemptions. On exemptera une équipe au premier tour, et on opposera les 160 autres deux à deux, ce qui donnera 81 qualifiés. On exemptera une équipe du deuxième tour et on opposera les 80 autres, ce



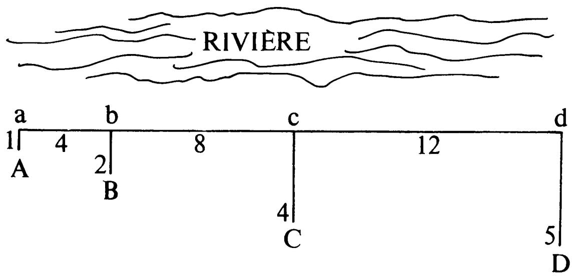
2

qui donnera 41 qualifiés... et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ne reste plus que deux équipes pour la finale.
— Eh bien, voyons, mon ami, il y aura x parties, dit Clovis.
— Comment avez-vous fait pour trouver ce résultat instantanément?
— C'est enfantin, dit Clovis. Je n'ai fait aucun calcul, effectué aucune opération.
Sans faire vous-même aucune opération, trouvez le nombre de parties et donc d'arbitres nécessaires.

3

le chauffeur économe

Le chauffeur d'un camion citerne part tous les matins de son garage (A), va faire son plein d'eau dans la rivière proche, va ensuite alimenter le chantier (B), repart avec son camion vide jusqu'à la rivière, le remplit, va alimenter le chantier (C), exécute la même manœuvre pour le chantier (D).
Les positions A, B, C, D par rapport à la rivière rectiligne sont indiquées, en kilomètres, sur le croquis ci-dessous.



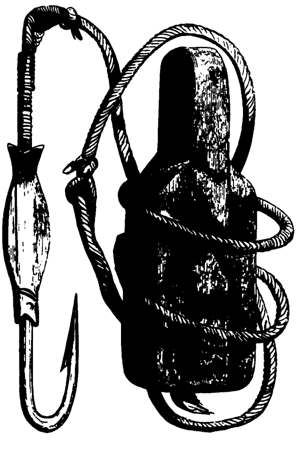
A a, B b, C c, D d, perpendiculaires à $a\,d$.
A $a = 1$; B $b = 2$; C $c = 4$; D $d = 5$.

Quelle distance le chauffeur parcourt-il de A à D, sachant qu'il est assez intelligent pour avoir découvert l'itinéraire le plus court?

4

la pêche miraculeuse

Les nombres que l'on trouve dans l'Ancien ou le Nouveau Testament ont tous des particularités arithmétiques auxquelles de nombreux auteurs ont cherché une signification symbolique ou magique.
C'est ainsi que l'Évangile de Jean, racontant l'épisode de la pêche miraculeuse dans le lac de Tibériade (21, 11), précise que 153 gros poissons avaient été pris dans le filet des Apôtres.
Quelle est la particularité du nombre 153?



5

pour écrire le nom d'une étoile

a, b, c, sont trois chiffres différents, et différents de zéro, tels que la somme de leurs trois factorielles (voir les Factorielles, p. 70), $a! + b! + c!$ soit égale au nombre écrit *abc*. $a + b + c$ est le numéro d'un roi (le nombre qui suit son prénom), lequel roi portait un surnom. En changeant la première lettre de ce surnom, vous obtiendrez un adjectif qui évoque historiquement une mer. Cette mer baigne la côte septentrionale d'un pays. Avec certaines des lettres de la capitale de ce pays, vous pouvez écrire, avec son orthographe exacte, le nom d'un oiseau, ou bien, phonétiquement, le nom d'un autre oiseau. Écrivez correctement le nom de ce dernier. Son anagramme désigne un objet qui évoque un astre. Quel est cet astre?

6

Clovis Clou déjeune à l'étranger

Clovis Clou finissait de déjeuner avec son ami le professeur Pfeffermühle, dans une ville étrangère.
— Lorsque j'ai passé mon baccalauréat — il y a bien longtemps, soupira-t-il —, l'examinateur me demanda la date d'un traité qui fut signé entre votre pays et le mien dans cette ville. Je n'étais pas bien fort en histoire, mais je pus répondre à cette question, car j'avais imaginé, pour retenir cette date, un petit moyen mnémotechnique : en multipliant la date par 4, on obtient un produit tel que les neuf chiffres du multiplicande, du multiplicateur et du produit sont les chiffres de 1 à 9, sans omission ni répétition.
— En effet, dit Pfeffermühle, c'était tout simple.
A ce moment, on apporta l'addition. En quelle monnaie était-elle libellée?

Εὐκλείδου στοιχείων βιβλία ἕξ.

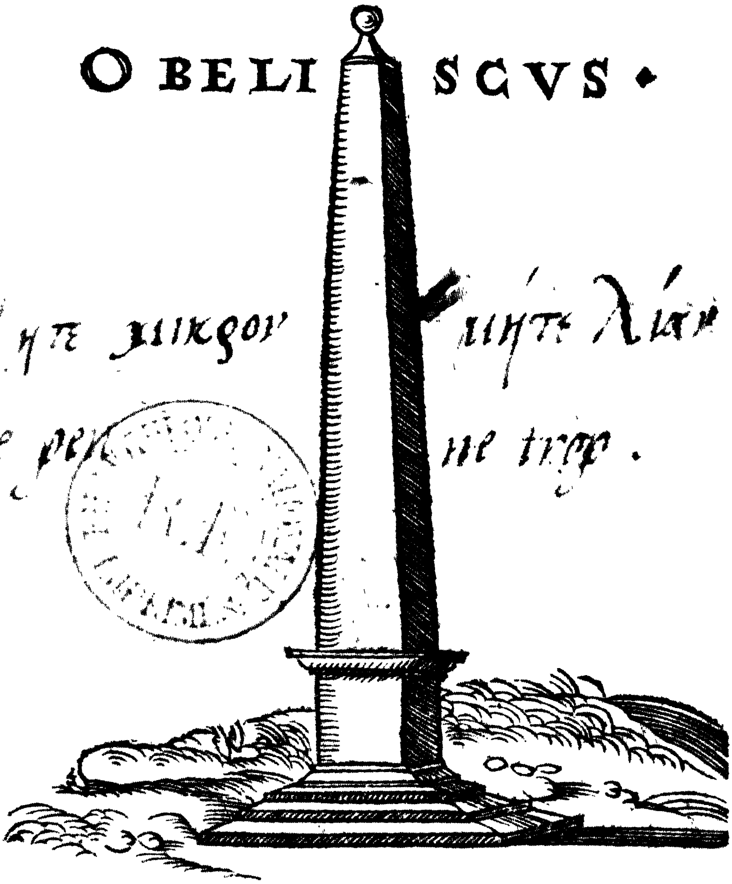
EVCLIDIS

ELEMENTORVM GEOMETRICORVM LIBRI SEX,

CONVERSI IN LATINVM *sermonem à Ioach. Camerario.*

Edebat Lipsiæ Georg. Ioach. Rhet.

O BELI SCVS.



Μήτε μικρον μήτε λίαν

λε[illegible] ne trop.

EXPRIMENTE VALENTINO PAPA. ANNO M. D. XLIX.

les nombres premiers

Les nombres premiers sont des nombres qui n'ont pas de diviseur ou, si l'on préfère, pas d'autres diviseurs qu'eux-mêmes et l'unité.
Les nombres premiers sont connus depuis l'Antiquité mais, en dépit de la fascination qu'ils ont exercée sur les mathématiciens de toutes les époques, il n'a pas encore été possible de percer leur mystère, c'est-à-dire de savoir s'il existe, ou non, une loi de leur formation. Toutefois, si l'essentiel n'a pas été découvert, d'innombrables propriétés de ces nombres ont été formulées au cours des siècles.

Euclide, déjà, avait dans les *Éléments* (livre IX, 20) démontré de façon très simple que la suite des nombres premiers était illimitée, et leur nombre, donc, infini. Dans le livre VII, 30, il avait en outre établi que si a et b sont des entiers tels que $a.\ b$ soit divisible par le premier p, a ou b est multiple de p. Cette propriété devait permettre de démontrer le théorème fondamental : *tout nombre entier non premier est décomposable, et d'une seule manière, en un produit de facteur premiers,* ce qui revient à dire que tous les nombres peuvent être exprimés au moyen des seuls nombres premiers.

Le mathématicien et philosophe grec Eratosthène, qui vivait au IIIe siècle avant notre ère, à défaut d'une loi de formation des nombres premiers, avait donné un procédé pratique pour déceler les premiers d'entre eux — procédé qui a été appelé « crible d'Eratosthène ».

Le génial mathématicien Fermat crut avoir trouvé une formule qui, sans donner tous les nombres premiers, ne donnait que des nombres de cette catégorie : $2^{2^n} + 1$, mais il avouait n'avoir pu la démontrer [1]. Et cela n'est pas étonnant, car, cette fois, Fermat s'était trompé. Sa formule, en effet, donne des nombres composites pour $n = 5, 6, 7, 8, 9, 11, 15, 18, 23, \ldots$ etc.
Par contre, Fermat établit un théorème qui joua un grand rôle dans les théories ultérieures : *si p est premier, et si a n'est pas divisible par p, $a^p - a$ est divisible par p.*

Après Fermat, Euler, Lagrange, Gauss, Dirichlet et Lucas donnèrent un grand développement à la théorie des nombres premiers. Le premier nommé trouva la curieuse formule $x^2 + x + 41$ qui donne quarante nombres premiers lorsqu'on donne successivement à x les valeurs entières de 0 à 39. En 1896, Hadamard et de la Vallée Poussin établirent indépendamment l'un de l'autre les valeurs vers lesquelles tendent p_n – le $n^{\text{ième}}$ nombre premier – et $\pi(N)$, le nombre des premiers inférieurs à N, lorsque n et N augmentent indéfiniment, et qui sont : nLn et NLN ou mieux $\int_2^N \frac{dx}{x}$.
La question de la distribution des intervalles entre les nombres premiers a fait l'objet de nombreux travaux.

1. Rouse Ball indique, dans ses *Récréations mathématiques*, une formule d'origine chinoise, $\frac{2^n - 2}{n}$, n étant entier. Malheureusement, cette formule est fausse dès $n = 5$.

Cette distribution est en effet très déroutante : il est possible de trouver une suite de nombres aussi longue que l'on veut, parmi laquelle ne figure aucun nombre premier.
D'autre part, certains grands ou très grands nombres premiers ne sont séparés que par deux unités (par exemple 99 131 et 99 133, ou 1 000 000 009 649 et 1 000 000 009 651); il n'a pas été possible de découvrir jusqu'à aujourd'hui si cet intervalle de 2 apparaissait indéfiniment.
Quelques mathématiciens, et en particulier Émile Borel, ont formulé, au sujet de cette distribution, une *loi de hasard* d'après laquelle les nombres premiers seraient dispersés dans le champ des entiers comme si un « certain hasard » les y avait placés.

Quel est le plus grand nombre premier connu?
En 1772, Euler démontra que $2^{31} - 1$ était premier. Lucas indiqua ensuite les nombres $2^{61} - 1$, qui a dix-neuf chiffres, puis $2^{127} - 1$, qui a trente-neuf chiffres (170 141 183 460 469 231 731 687 303 715 884 105 727) et qui détint longtemps le record de grandeur.
En 1951, Miller découvrit une suite de nombres premiers du type $K(2^{127} - 1) + 1$, la plus grande valeur de k étant 978, puis $180(2^{127} - 1)^2 + 1$, qui a soixante-dix-neuf chiffres, et Ferrier $\frac{2^{148} + 1}{17}$ qui a quarante-quatre chiffres.
Récemment l'utilisation d'un ordinateur géant a permis de déceler des premiers absolument gigantesques : $2^{521} - 1$, $2^{607} - 1$, $2^{1279} - 1$, $2^{2203} - 1$, $2^{2281} - 1$. En 1963, Donald B. Gillies calcula un nombre premier : $2^{11213} - 1$, qui a 3 376 chiffres.
Enfin, en 1971, Tuckermann calcula un nombre premier qui est, croyons-nous, le plus grand actuellement connu : $2^{19937} - 1$, qui a 6 002 chiffres.

Un certain nombre de tables, donnant les premiers nombres premiers, ont été établies à partir du XVIII[e] siècle. A. Ferrier indique les suivantes :

Schosten (1657) nombres premiers jusqu'à	10 000
Rahn (1658)	24 000
Euler (1750)	100 000
Chernac (*Criblum arithmeticum*, 1811, Denver)	1 020 000
Burkhardt (*Table des diviseurs*, 1814-1817, Paris)	3 036 000
Glaisher (*Table des diviseurs*, 1879-1883, Londres)	6 000 000
Dase (*Tables*, Hambourg)	9 000 000
Lehmer (Institut Carnegie, 1909, Washington)	10 006 721
Kulick (liste non publiée, Vienne)	100 000 000

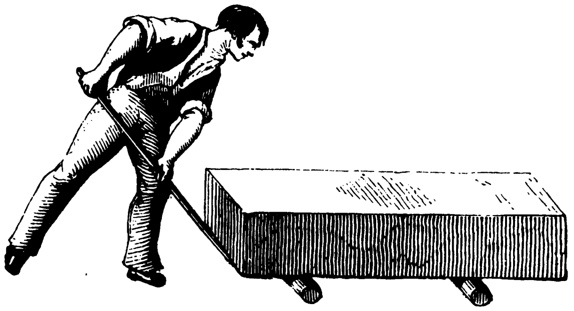
les nombres premiers inférieurs à 1000

1	2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	41	43	47	53	59	61	67
71	73	79	83	89	97	101	103	107	109
113	127	131	137	139	149	151	157	163	167
173	179	181	191	193	197	199	211	223	227
229	233	239	241	251	257	263	269	271	277
281	283	293	307	311	313	317	331	337	347
349	353	359	367	373	379	383	389	397	401
409	419	421	431	433	439	443	449	457	461
463	467	479	487	491	499	503	509	521	523
541	547	557	563	569	571	577	587	593	599
601	607	613	617	619	631	641	643	647	653
659	661	673	677	683	691	701	709	719	727
733	739	743	751	757	761	769	773	787	797
809	811	821	823	827	829	839	853	857	859
863	877	881	883	887	907	911	919	929	937
941	947	953	967	971	977	983	991	997	

7

problèmes en rond

(1) Des ouvriers déplacent un lourd bloc de pierre en le faisant avancer sur des rouleaux cylindriques de 1 mètre de circonférence.
De combien le bloc de pierre se sera-t-il déplacé lorsque les rouleaux auront fait un tour?



(2) On fait rouler (sans glisser) un cerceau de 1 mètre de circonférence à l'extérieur des côtés d'un carré de 1 mètre de côté.
Combien de tours aura fait le cerceau lorsqu'il sera revenu à sa position initiale?

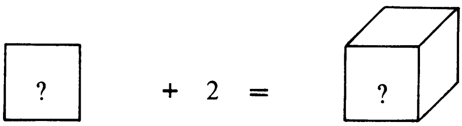
(3) Même question en faisant rouler le cerceau à l'extérieur des côtés d'un polygone convexe de n côtés, de p mètres de périmètre?

8

Clovis Clou contre Gaëtan Dupont

Tout comme Clovis Clou, Gaëtan Dupont s'intéressait à la science des nombres. Mais les deux hommes ne s'aimaient guère, comme il arrive souvent entre spécialistes d'une même discipline. Clovis accusait son collègue de se faire appeler Gaëtan alors que son prénom véritable était Gaston, et de marquer un temps d'arrêt entre les deux syllabes de son nom pour donner à croire qu'il possédait une particule. Quant à Dupont, il allait jusqu'à déclarer que « Monsieur Clou serait mieux nommé Monsieur Vice, car il entretenait des relations incestueuses avec l'une de ses jeunes parentes. »
Les deux hommes exprimaient leur antipathie réciproque par des plaisanteries d'un goût douteux et tout à fait puériles, et par un échange de défis arithmétiques.
Un jour, Clovis Clou ayant ainsi libellé une enveloppe : « *Monsieur G. d'Upont, apprenti en calcul* » y inséra une feuille qui portait cette énigme :

8



Le surlendemain, il trouva dans son courrier une enveloppe ainsi rédigée : « *Monsieur Clou de Girofle, intellectuel honoraire.* » Il l'ouvrit rageusement. A l'intérieur, il lut cette inscription sybilline :

ACRRCOSCQRGMLKGLYZJC
GLBGELCBSLQYTYLRPCQNCARYZJC
RSJYBCTPYGQEJGQQCPBYLQJCAYPRYZJC
BCACPRYGLCLGCACYBMPYZJC
CJJCCQRBCQMLYECCRBSRGCLOSGPCRMKZCCLCLDYLAC
HCRCBGPYGNMSPRYLRNYPNSPCAMLBCQACLBYLAC
IBZXOOBBPQABZFKNBQIBZRYBABQOLFP

Pouvez-vous : (1) Donner la solution de l'énigme; (2) Déchiffrer le message qui excita la colère de Clovis ?

Note au lecteur. Clovis Clou et Gaëtan Dupont ne s'intéressant qu'aux nombres entiers, leurs problèmes se traitent en nombres entiers.

9

l'auberge des trois cultes

A l'auberge des trois cultes sont réunis M. et Mme Balaquet, leur fille, l'abbé Grosbois, le cheikh Ali Mansour, musulman pratiquant qui a néanmoins amené ses trois femmes, et une jolie Tibétaine, Mme Chen, avec ses deux maris. Mme Balaquet est assise à gauche de son mari alors que Mme Chen, qui ne veut provoquer aucune jalousie entre ses deux époux, n'est auprès d'aucun d'eux. Les trois musulmanes sont timidement côte à côte. Il serait malséant qu'un homme soit assis à côté d'elles, et elles se sont placées en conséquence. L'abbé Grosbois, très timide avec les femmes, évite leur voisinage. Le cheikh se refuse à s'asseoir auprès de l'un des Tibétains, dont il réprouve le régime matrimonial. Mlle Balaquet, à laquelle ses parents viennent de reprocher sa mauvaise tenue, s'est placée aussi loin d'eux que possible. Elle dit à l'oreille de Mme Chen : « Quelle chance d'avoir deux maris! », tandis qu'elle fait du genou à son voisin de manière si provocante qu'il en renverse son verre de vin. Comment les onze personnes sont-elles placées autour de la table?

10

duel mexicain

Fernandez, Perez et Ramirez ont décidé de s'affronter dans un duel triangulaire, selon la coutume locale : les trois hommes, disposés aux trois sommets d'un triangle équilatéral sont armés d'un fusil, mais ne disposent que d'une seule cartouche. Un tirage au sort décide de celui qui fera feu le premier (Fernandez en l'occurrence). Il tire sur l'adversaire de son choix. C'est à celui-ci, s'il n'est pas tué, qu'il appartient de tirer le second coup, toujours sur l'adversaire de son choix. Si le dernier homme n'est pas alors tué, il tire à son tour sur le survivant, ou sur l'adversaire de son choix, si les deux premiers hommes sont encore en vie. Les trois tireurs sont d'adresse égale. Ils sont capables d'atteindre un adversaire une fois sur deux à la distance fixée. Le choix de leur cible ne sera dicté que par des considérations d'efficacité. Quels sont les risques de mort de Fernandez (probabilité exprimée par une fraction), s'il manœuvre le plus intelligemment possible? Le fait de tirer le premier est-il un avantage ou un désavantage?

11

gare à l'arbitre

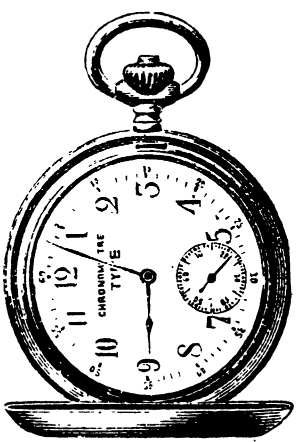
Cette finale de la coupe de France 1975 ne ressembla à aucune autre. Les équipes appartenaient non seulement à des clubs amateurs, mais encore à des communes de moins de mille habitants, inconnues jusque-là du public : Lafrimbolle en Moselle et Bidache dans les Basses-Pyrénées.
La partie elle-même fut assez extraordinaire. Grosmougin, le goal de Lafrimbolle, avait un shoot si puissant qu'en dégageant il marqua deux buts pour son équipe. Le terrain, il est vrai, semblait un peu petit. Ce fut ensuite l'arbitre qui marqua un but contre Bidache, mais, avec beaucoup de sportivité, il le refusa. Un spectateur facétieux ayant lancé un ballon supplémentaire sur le terrain, les joueurs ne s'en aperçurent pas tout de suite, si bien qu'ils jouèrent un moment avec deux ballons et que l'on assista à un spectacle assez étonnant : Bidache marquant un but contre Lafrimbolle au moment même où Lafrimbolle marquait un but contre Bidache. Finalement ce ne fut pas un match nul, ce fut même un très beau match.

11

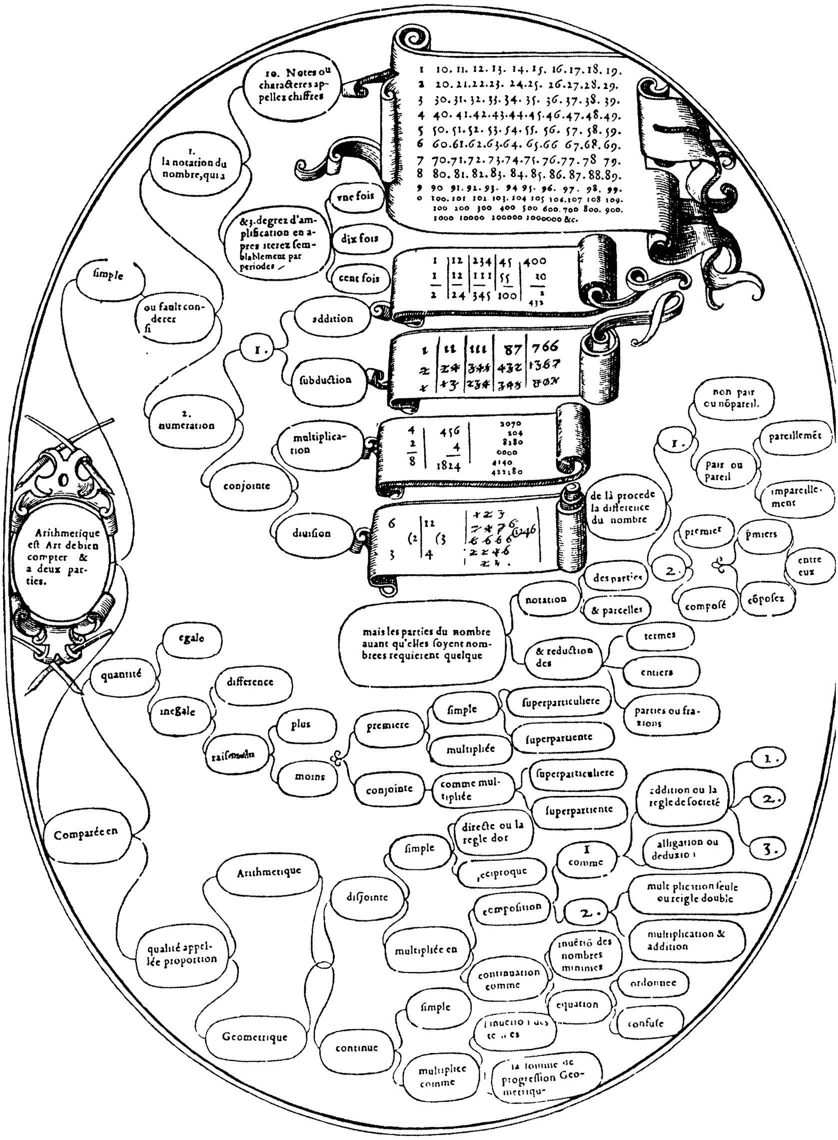
Toutefois M. Jataxou, notaire à Bidache, perdit le pari qu'il avait fait que plus de dix buts seraient marqués au cours du jeu.

Le meilleur buteur de la partie fut Petitdemange, de Lafrimbolle. Les autres furent Labastide, de Bidache, qui marqua la moitié des buts de son équipe, Briscous, de Bidache, Joliberry, de Bidache encore, et Grosmougin.

Quels furent l'équipe victorieuse et le score final?



ARITHMETIQVE



la progression arithmétique

Une progression arithmétique est une suite de nombres dont chacun se déduit du précédent par l'addition d'une quantité fixe appelée « raison ».
Une progression arithmétique est entièrement déterminée par son premier terme (a), sa raison (r), et le nombre de ses termes (n), qui peut être infini.
Des progressions arithmétiques simples étaient connues en Égypte dès l'Antiquité. On en trouve des exemples dans le papyrus de Rhind, du scribe Ahmès, qui date du début du deuxième millénaire.
La progression arithmétique était également connue des Grecs. Diophante donne une démonstration de sa sommation dans *De polygonis numeris.*
Au Moyen Age, Léonard de Pise établit la formule de sa somme dans le cas général.
Cette somme est :

$$S_n = \frac{2a + (n-1)r}{2} \times n \text{ ou } \frac{n}{2}(a + l) \quad l \text{ étant le dernier terme.}$$

12

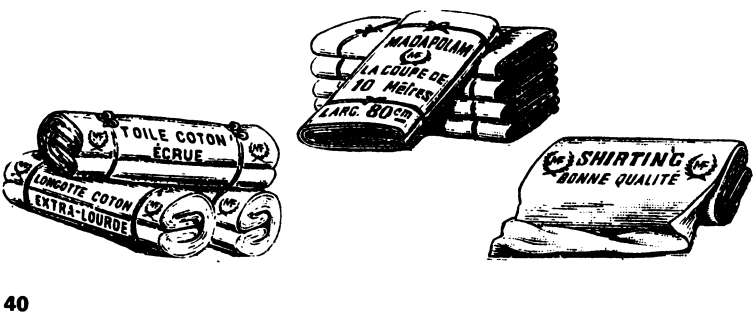
histoires de voleurs (1)
question mandarine

L'empereur de Chine Yang Souen, en 855, avait à pourvoir un poste important que briguaient deux mandarins aux titres équivalents. Il décida de choisir celui qui résoudrait le premier le problème suivant :

Un chef de voleurs disait à ses hommes :

— Nous avons dérobé des pièces de tissu. Si chacun de nous en prend six, il en restera cinq. Mais si chacun de nous en veut sept, il en manquera huit. Combien les voleurs étaient-ils?

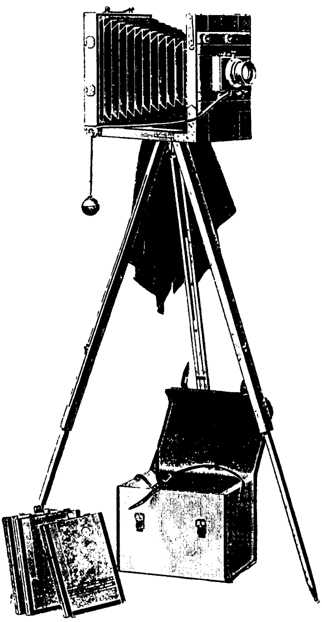
L'algèbre n'étant pas connue en Chine à cette époque, les mandarins eurent à résoudre le problème par l'arithmétique. Nous vous proposons d'en faire autant.



13

histoires de voleurs (2)
révolte chez les V.F.H.

Les V.F.H. (Voleurs fortement hiérarchisés) avaient tous, dans leur bande, un grade différent.
Comme ils avaient, une nuit, volé un lot d'appareils photographiques, leur chef déclara :
— Le moins gradé en prendra un. Celui du grade immédiatement supérieur, deux. Celui du troisième grade, trois. Et ainsi de suite.
Mais les voleurs se révoltèrent contre cette injustice.
— Nous en prendrons cinq chacun, dit le plus audacieux.
Et ainsi fut fait.
Combien les V.F.H. avaient-ils volé d'appareils?



14

histoires de voleurs (3)
le partage des Vingt Cœurs

Des gentlemen cambrioleurs avaient fondé le club des Vingt Cœurs. Mais il arrivait qu'ils fussent moins de vingt, car l'un d'eux était parfois arrêté, ou même abattu, au cours de leurs dangereuses expéditions. Un jour ils s'emparèrent d'une petite cassette contenant des pièces d'or. Leur président, les ayant rapidement comptées, proposa :

— Nous pouvons nous partager ces pièces de deux manières : Ou bien le moins ancien dans le club en prendra deux, le suivant quatre, le suivant huit, le suivant seize, et ainsi de suite — ou bien nous en prendrons chacun le même nombre.

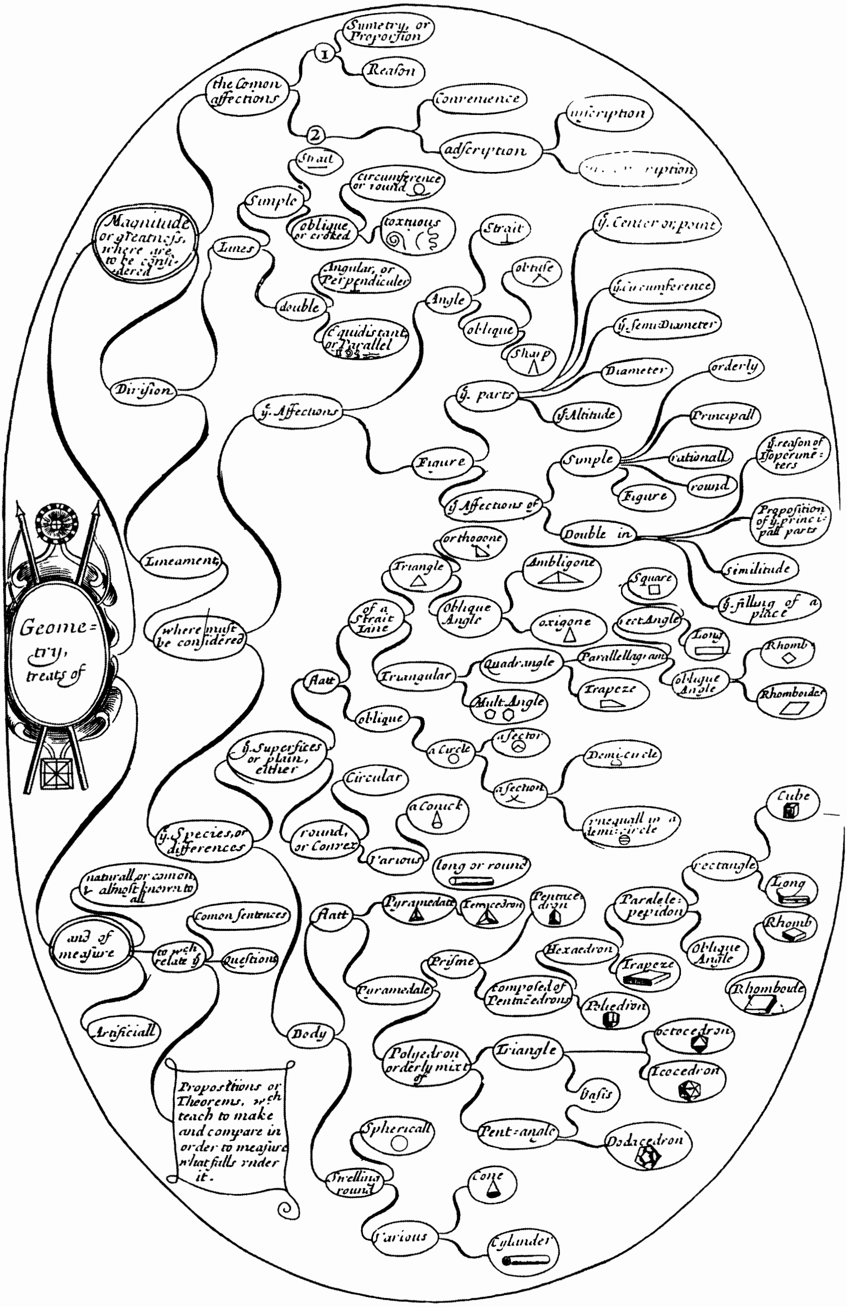
Vous ne saurez jamais, hélas, quelle solution fut adoptée. Mais vous pouvez trouver le nombre des Vingt Cœurs ce jour-là.

15

le butin cubique

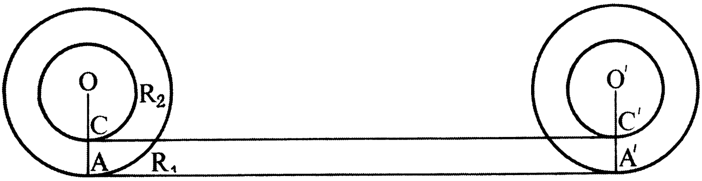
A l'issue d'une guerre heureuse, un roi décida de répartir entre ses meilleurs officiers l'immense butin de pièces d'or qu'il avait conquis.
Dans la plus grande salle de son palais, les pièces furent réparties en tas.
Le premier tas se réduisait à une pièce, le second en comptait 3, le troisième 5, et ainsi de suite en suivant la série des nombres impairs. Le nombre de pièces se prêta à cette répartition.
Les officiers furent ensuite disposés par ordre de mérite croissant : le moins méritant prit le premier tas (une seule pièce), le second les deux tas suivants, le troisième les trois tas suivants et ainsi de suite, le nombre de tas étant tel que tous les officiers jusqu'au dernier purent se servir selon cette règle et qu'il ne resta rien.
Sachant que le butin se composait de 25 502 500 pièces, combien d'officiers bénéficièrent-ils de la répartition?

GEOMETRY

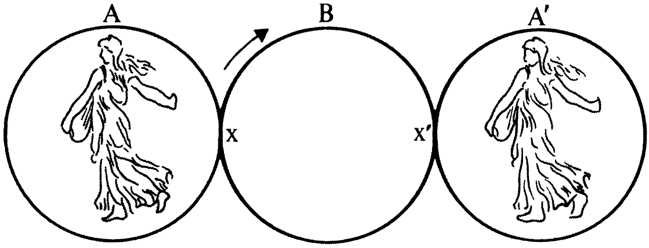

Geome= try, treats of
Magnitude or greatness, where are to be considered
the Comon affections
Symetry, or Proportion
Reason
Convenience
adscription
inscription
Lines
Simple
Strait
circumference or round
oblique or croked
tortuous
double
Angular, or Perpendiculer
Equidistant, or Parallel
Angle
Strait
obtuse
oblique
Sharp
y. Center or point
y. Circumference
y. Semi Diameter
Diameter
y. parts
y. Altitude
Division
y. Affections
Figure
y. Affections of
Simple
orderly
Principall
rationall
round
Figure
y. reason of Isoperimeters
Proposition of y. principall parts
Double in
similitude
y. filling of a place
Lineament
where must be considered
orthogone
Triangle
Ambligone
Oblique Angle
oxigone
Square
rectAngle
Long
of a Strait Line
Triangular
Quadrangle
Parallellogram
oblique Angle
Rhomb
Rhomboides
Trapeze
Mult Angle
flatt
oblique
a Circle
a Sector
a Section
Demi circle
unequall in a demi circle
y. Superfices or plain, either
Circular
a Conick
round, or Convex
various
long or round
y. Species, or differences
naturall or comon & almost known to all
and of measure
to wch relate y
Comon sentences
Questions
Artificiall
Propositions or Theorems, wch teach to make and compare in order to measure what falls under it.
Flatt
Pyramedall
Tetracedron
Pentacedron
Paralelepipedon
rectangle
Cube
Long
Oblique Angle
Rhomb
Rhomboide
Hexaedron
Trapeze
Prisme
composed of Pentacedrons
Poliedron
Pyramedale
Body
Polyedron orderly mixt of
Triangle
octocedron
Icocedron
basis
Pent-angle
Dodacedron
Sphericall
Swelling round
Cone
various
Cylinder

quelques paradoxes

Considérons deux roues R_1 et R_2 solidaires d'un même axe. Faisons rouler R_1 sur le rail d'un tour complet $AA' = 2\pi \cdot OA$. La roue R_2 a également tourné d'un tour; donc $cc' = 2\pi \cdot Oc$. Et comme $AA' = cc'$, $OA = Oc$.



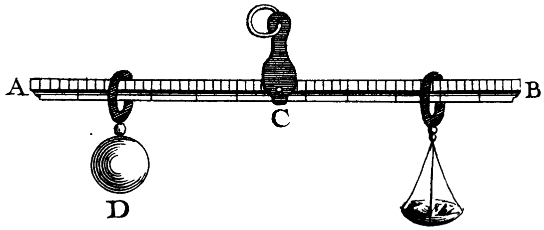
La contradiction vient de ce que, dans ce cas, la roue R_2 roule et glisse sur le rail cc'. On pourra s'en convaincre en regardant une figure dans laquelle Oc est très petit par rapport à OA.



16

l'injuste testament de Clovis Clou

Ayant décidé de faire son testament, Clovis Clou évalua sa fortune. Avec sa précision coutumière, il arriva au chiffre de 2 882 400 francs.
Puis il répartit cette somme entre ses neveux et nièces.
Mais, comme il ne les aimait pas tous également, il s'en fallait de beaucoup, il distribua leurs parts selon les termes d'une progression géométrique.
Le plus mal servi, le prétentieux Clodomir, se vit attribuer la somme dérisoire de trois francs.
La plus gâtée fut naturellement la jolie Claudine, dont le legs atteignit 2 470 629 francs.
Combien Clovis Clou avait-il de neveux et nièces?



17

l'algébriste et la fille du prince

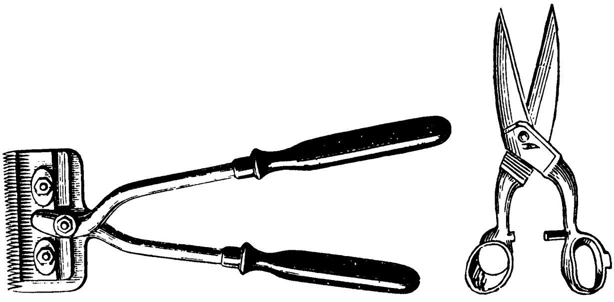
Un jeune algébriste étant tombé amoureux de la fille de l'un des « princes qui nous gouvernent », il alla demander sa main à son père.

— J'y consens, dit ce dernier, bien que votre chevelure soit abondante. Mais je suis dans l'immobilier, c'est vous dire que j'ai une petite situation. En échange de ma fille jeune et belle, je vous demande donc une somme qui m'aidera à équilibrer mon budget.

— Si je le peux, ce sera de grand cœur, dit le bon jeune homme.

— Je ne veux pas vous fixer un chiffre, ce serait indécent. Voici comment nous allons procéder. Il y a cinq routes pour aller de Paris à ma modeste résidence secondaire, où ma fille vous attend. Vous choisirez la route que vous voudrez mais, sur chaque route, vous devrez acquitter des péages entre les mains des CRS que j'aurai fait placer.

« Sur la première route, il y a dix péages. Vous aurez à verser 1 franc au premier, 2 au second, 6 au troisième, 24 au quatrième, 120 au cinquième,



17

et ainsi de suite jusqu'au dixième. Mais, sur cette route privilégiée, lorsque vous aurez acquitté le dixième péage, on vous remboursera les neuf premiers.
« Sur la deuxième route, il y aura cent péages. Vous aurez à verser 1 000 francs au premier, 2 000 au deuxième, 3 000 au troisième, 4 000 au quatrième, et ainsi de suite jusqu'au centième.
« Sur la troisième route il y aura vingt péages. Vous aurez à verser 2 francs au premier, 4 francs au deuxième, 8 francs au troisième, 16 francs au quatrième et ainsi de suite jusqu'au vingtième.
« Sur la quatrième route, il y aura treize péages. Vous aurez à verser 3 francs au premier, 9 francs au deuxième, 27 francs au troisième, 81 francs au quatrième, et ainsi de suite jusqu'au treizième.
« Sur la cinquième route, il n'y aura qu'un péage, mais vous aurez à payer 100 francs pour chacun de vos cheveux. »
Quelle route l'algébriste emprunta-t-il et combien paya-t-il?

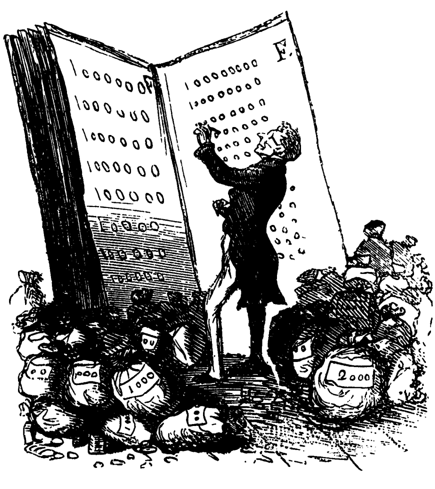
18

la machination de Gaëtan Dupont

Aux termes d'un contrat, Gaëtan Dupont devait une somme importante : presque un million de francs. S'étant procuré le concours d'un habile faussaire, il fit gratter le chiffre à l'extrême gauche du nombre qui indiquait sa dette, et le fit reporter à l'extrême droite de ce nombre.

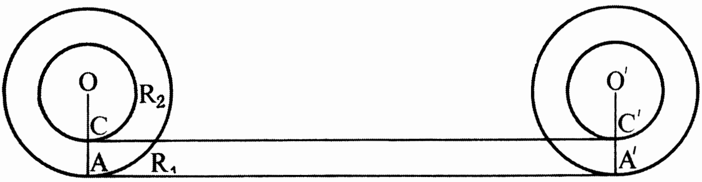
La dette fut ainsi divisée par 4.

Quelle était sa valeur avant cette coupable manipulation?

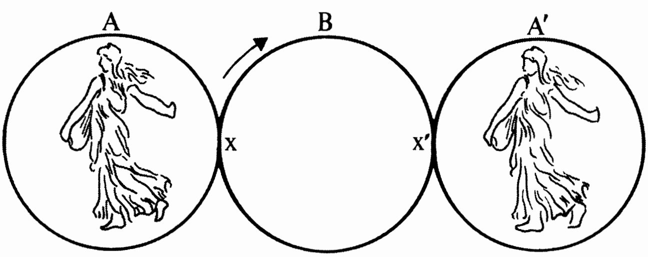


quelques paradoxes

Considérons deux roues R_1 et R_2 solidaires d'un même axe. Faisons rouler R_1 sur le rail d'un tour complet $AA' = 2\pi \cdot OA$. La roue R_2 a également tourné d'un tour; donc $cc' = 2\pi \cdot Oc$. Et comme $AA' = cc'$, $OA = Oc$.



La contradiction vient de ce que, dans ce cas, la roue R_2 roule et glisse sur le rail cc'. On pourra s'en convaincre en regardant une figure dans laquelle Oc est très petit par rapport à OA.



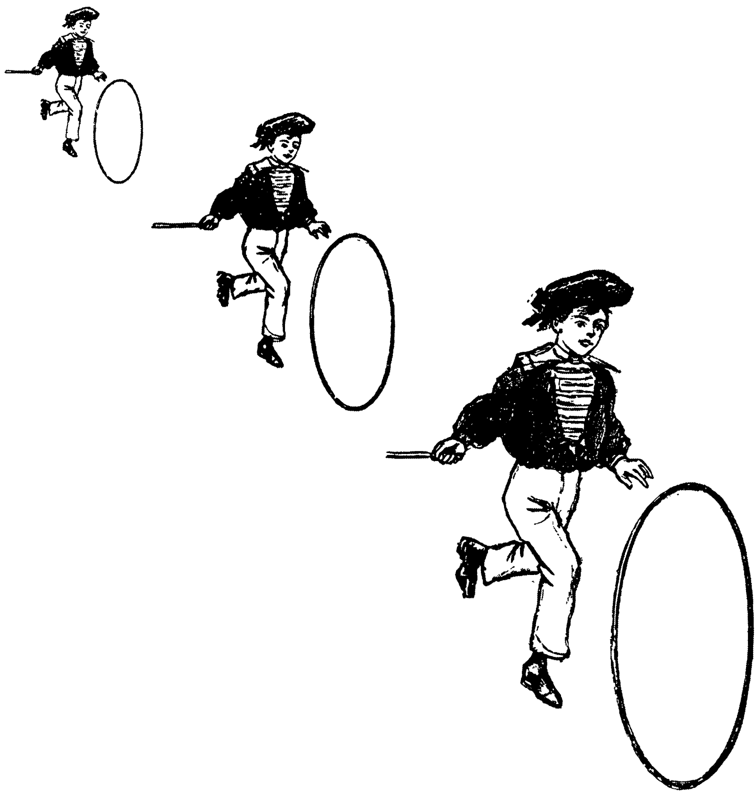
Faisons rouler la pièce A sur la pièce de même diamètre B jusqu'à la position symétrique A′. De X en X′, la pièce A aura roulé sur la longueur d'une demi-circonférence. L'effigie devrait donc se présenter la tête en bas. Il n'en est rien. Elle reprend la même position.

Considérons la série indéfinie : + 1, − 1, + 1, − 1, + 1, − 1, + 1, − 1 · · · · Cherchons quelle est sa somme en groupant ses termes de deux façons différentes :

$$(1-1)+(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots\cdots\cdots=0$$
$$1-(1-1)+(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots=1$$

La somme de la série est 0 dans le premier cas, 1 dans le second. Ce paradoxe avait, dit-on, troublé Leibniz.

La contradiction vient ici de ce que la série est divergente. Chercher sa somme n'a pas de sens.



19

Clovis et l'arithmétique galante

Clovis Clou avait été invité à Stanford, la célèbre université de Los Angeles, pour une conférence sur les mathématiques cloviennes. Il remarqua sur le campus une jolie étudiante et, comme il était homme de goût, il lui fit compliment de ses jambes. Elle trouva le professeur sympathique, lui dit qu'elle s'appelait Muriel et habitait Sunset Boulevard.

— J'aimerais vous revoir.

— Volontiers. Venez chez moi demain.

— A quelle adresse?

— Eh bien, Sunset Boulevard. J'habite vers la fin.

— Mais il y a près de 2 500 numéros. Comment voulez-vous que je trouve?

— C'est juste, dit Muriel. Sachez donc que si vous multipliez mon numéro, qui a quatre chiffres, par le chiffre unique de mon étage, vous obtiendrez pour produit mon numéro inversé.

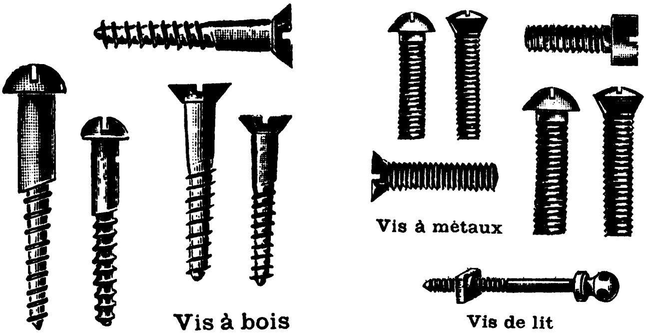
— Bien, dit Clovis.

Le lendemain soir, il frappa à la porte de la jolie Muriel. On prétend qu'il n'en sortit qu'au matin. Quelle était l'adresse complète de Muriel?

20

la famille de Victor Vis

Victor Vis frise la quarantaine. En écrivant trois fois à la suite son âge, on obtient un nombre qui est le produit de son âge par celui de sa femme par ceux de leurs quatre enfants.
Quels sont les âges de chacun des membres de la famille? (les âges sont des nombres entiers.)



21

Clovis Clou opiomane

J'ai beaucoup d'affection et d'admiration pour Clovis Clou, mais je n'en désapprouve pas moins certains aspects de son comportement et ses habitudes singulières.
Ce soir-là, comme je lui rendais visite à l'improviste — notre longue amitié m'y autorise —, la porte me fut ouverte par sa nièce Claudine, qui me parut embarrassée.
— Mon oncle se repose, me dit-elle. Il vaudrait mieux que vous reveniez demain.
J'entendis alors la voix de Clovis, venant du fond de l'appartement :
— Fais-le entrer !
La jolie Claudine me conduisit dans une pièce où, jamais encore, je n'avais pénétré. Je découvris un spectacle qui, sur le moment, me glaça d'épouvante. Son maigre corps enveloppé d'un kimono de soie noire, Clovis Clou, livide, était allongé sur un bat-flanc. Sa tête était posée sur un oreiller de cuir et il tenait à la main un tube de bambou. Une petite lampe conique éclairait faiblement cette scène,

21

tandis qu'une odeur étrange emplissait la pièce. La promptitude de mon esprit me fit vite comprendre la situation.

— Grand dieu! m'exclamai-je. Vous fumez l'opium?

— Vous voyez, dit tranquillement Clovis.

Il plaça le fourneau de sa pipe au-dessus de la lampe et fit grésiller, pendant une demi-minute environ, une boulette de drogue.

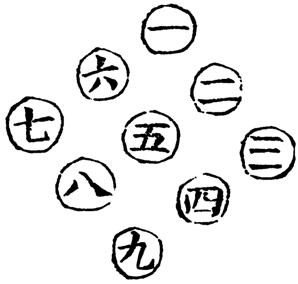
— Il faut faire attention, murmura-t-il. L'opium se calcine au-dessus de 200 degrés.

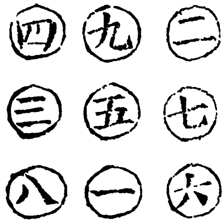
Puis il porta le bambou à sa bouche et aspira longuement.

J'étais consterné.

— Mais vous êtes fou! Vous allez détruire votre santé! Vous allez ruiner votre belle intelligence!

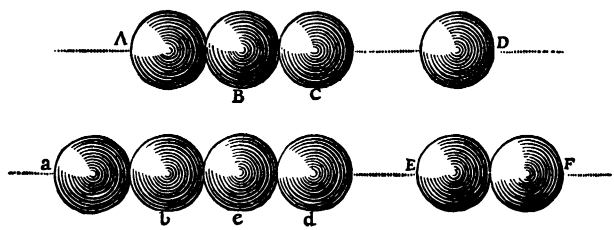
— Aucun danger, dit Clovis en souriant. J'ai été initié à l'art délicat de la fumerie par le sage Huang Trang-Fou. Il m'a livré le secret de l'opium sous une forme chinoisement arithmétique. « Sachez, me dit-il, que le nombre de grammes de drogue de chaque pipe, multiplié par la durée de cuisson de la





21

boulette exprimée en secondes, multipliée par la température de la lampe, multipliée par la longueur en millimètres de la pipe, doit être égal au nombre sacré 3 170 649, qui est inscrit sur le socle du grand bouddha de la pagode de Tay-Nin. Mais, si vous ne voulez pas sombrer dans l'intoxication, ne fumez jamais plus de 20 grammes d'opium par jour. »
Je respecte scrupuleusement les prescriptions de Huang Trang-Fou, poursuivit Clovis, et je fume le nombre maximum de pipes permis par sa limitation, mais jamais plus.
Il me tendit la pipe :
— Voulez-vous essayer?
Combien de pipes Clovis fume-t-il par jour?



l'équation du deuxième degré

L'équation $aX^2 + bX + c = 0$ a pour racines :

$$X' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad X'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Ces racines ne sont réelles que si la quantité $b^2 - 4ac$, appelée déterminant, est positive.
La somme et le produit des racines sont :

$$X' + X'' = -\frac{b}{a} \qquad X'X'' = \frac{c}{a}.$$

La plus ancienne équation que nous connaissions — bien entendu du premier degré — est celle proposée par le scribe égyptien Ahmès dans le papyrus de Rhind : « Si à une partie on ajoute son septième et que le total soit 19, quelle est la partie? », et qui peut se traduire dans notre langage mathématique par :

$$X + \frac{X}{7} = 19.$$

Il est possible que les Grecs soient parvenus à résoudre l'équation du deuxième degré. Les Hindous et les Arabes en connaissaient en tout cas la solution au IX^e siècle. C'est à cette époque en effet que Mohammed ben Moussa al Khârismi énonce trois formes d'équation du deuxième degré :

$$X^2 + aX = b \qquad X^2 + b = aX \qquad aX + b = X^2,$$

a et b étant des nombres positifs. Le célèbre mathématicien arabe ne considère pas le cas $X^2 + aX + b = 0$, dans lequel les deux racines sont négatives.
Léonard de Pise apporte une solution complète dans son *Liber Abaci*, en 1202. Mais, jusqu'à la Renaissance, aucun algébriste ne conçut une théorie des équations telle que nous l'envisageons aujourd'hui. Cette théorie prit naissance au XVIe siècle grâce aux mathématiciens italiens, en particulier Jérôme Cardan qui découvrit la solution algébrique de l'équation du troisième degré, et Ludovic Ferrari, qui découvrit celle de l'équation du quatrième degré.
Au XIXe siècle, les deux jeunes mathématiciens de génie, Abel et Évariste Galois — qui moururent tragiquement le premier à vingt-sept ans, le second à vingt-et-un ans — démontrèrent que les équations de degré supérieur à 4 ne pouvaient être résolues algébriquement, c'est-à-dire par radicaux.
Hermite résolut en 1858 l'équation générale du cinquième degré au moyen des fonctions elliptiques, et Poincaré, vers 1880, résolut l'équation générale de degré n grâce aux fonctions qu'il appela fuchsiennes, du nom de leur inventeur, l'Allemand Lazarus Fuchs.
Aujourd'hui, la théorie des équations a fait de considérables progrès grâce à des théories nouvelles — théorie des groupes, fonctions de variables complexes, etc.
L'équation est un des symboles les plus caractéristiques des mathématiques et, incarnant leur beauté, elle justifie le mot célèbre et comique de l'algébriste Bossut qui, voyant jouer *Phèdre* au Théâtre français, s'écria : « Messieurs, voilà qui est beau comme une équation. »

22

le rail, la route et le mauvais numéro

Clovis Clou déjeunait ce jour-là avec son neveu Clotaire, ingénieur dans une usine de trous située dans une grande ville au sud-sud-est de Paris.

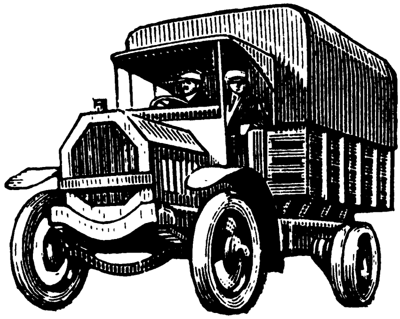
— Je suis embarrassé, dit Clotaire, parce que j'ai une grosse expédition de trous à faire à Paris, le mois prochain, et je me demande quel serait le moyen le plus économique : le rail ou la route?

— Des trous, dit Clovis, ça ne doit pas être lourd.

— Non. Mais c'est encombrant. Et c'est pourquoi leur transport est onéreux.

— Ce ne doit pas être difficile de comparer les tarifs.

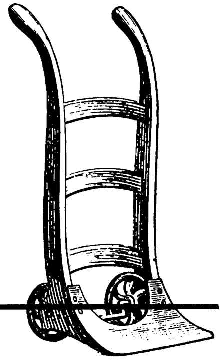
— Ils ne sont pas simples, dit Clotaire. Par chemin de fer, le coût du transport est proportionnel à la distance, sur la base de 6 francs la tonne aux 100 kilomètres, plus 4 francs la tonne pour la livraison à domicile. Par route le coût est également proportionnel à la distance, sur la base de 8 francs aux 100 kilomètres, mais la livraison n'est pas facturée en sus. En outre, ce prix de 8 francs est diminué, si les camions ont du frêt en retour, de 3 francs



22

multipliés par le pourcentage de remplissage au retour.
— C'est-à-dire que tu payes 5 francs si le camion revient plein, et 8 francs s'il revient vide?
— Exactement. Pour nous permettre de calculer nos prix à l'avance, les transporteurs routiers ont adopté une règle : ils admettent qu'ils ont d'autant moins de chances de trouver du frêt en retour qu'ils s'éloignent davantage de leur base. Au voisinage de celle-ci, le pourcentage de remplissage au retour est donc de 1, et ce pourcentage diminue linéairement avec la distance pour s'annuler lorsque celle-ci atteint la distance curieusement choisie de $43^2 \times \frac{20}{21}$ kilomètres.

Clovis réfléchit un moment.
— Eh bien, dit-il enfin, tu peux adopter le mode de transport que tu préfères. Il se trouve que, dans ce cas particulier, ils sont financièrement équivalents.
Comme Clotaire était naturellement paresseux et qu'il faisait confiance à son oncle, il ne demanda



22

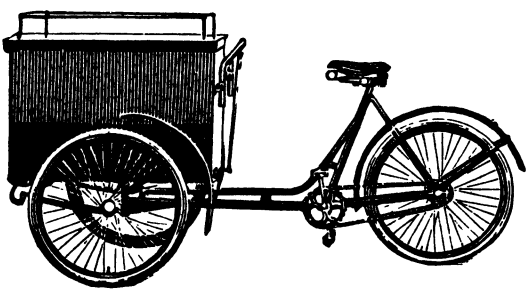
pas à celui-ci son mode de calcul, et la conversation se poursuivit sur d'autres sujets.

— Est-ce que tu aimes ta nouvelle résidence? demanda Clovis.

— Oui, c'est une ville très agréable.

— Peut-être, dit le professeur. Mais le numéro de son département ne me plaît pas.

Question : Quel est ce numéro?



23

odieuse attaque de Gaëtan Dupont

Clovis Clou était avec sa nièce Claudine lorsque le concierge lui remit une lettre. Il l'ouvrit nerveusement car il avait reconnu sur l'enveloppe l'écriture de son ennemi Gaëtan Dupont. Claudine le vit pâlir tandis qu'il lisait le message. Il le lui tendit enfin.

— Regarde, dit-il d'une voix tremblante de colère, ce qu'ose m'envoyer cet ignoble Dupont. Il ne respecte même pas ma mère !

Claudine lut à son tour.

« *Sauras-tu me dire, inénarrable Clovis, le nombre que représente ce* ZÉRO *auquel tu t'identifies si bien?*

$$\begin{array}{r} \text{C L O U} \\ +\ \text{O C U E} \\ \hline \text{Z É R O} \end{array}$$

Une Ocue [1], *je le veux bien, vaut deux Clou.* »

Le souffle coupé par l'indignation, Claudine ne sut que murmurer : « Ça, par exemple ! » Clovis lui reprit la feuille et, à son grand étonnement, se mit à sourire.

1. Mme Clou mère était une demoiselle Ocue.

23

— Ce qui est curieux, dit-il, c'est que ce nombre ZÉRO est le produit des âges qu'auraient aujourd'hui mon père et ma mère.
Pourriez-vous dire quelle était la différence d'âge entre les deux parents Clou?

24

le triomphe de Chamberlusse

L'officier de police principal Chamberlusse avait été chargé de mener une enquête sur un très important réseau de passeurs de drogue. Mais il ne progressait guère, jusqu'au jour où il trouva sur le cadavre d'un individu victime d'un règlement de compte, et membre probable du réseau, un papier portant les inscriptions suivantes :

JU LOT
K
―――――
LACAME
Téléphoner à LÉO MALE

Chamberlusse chercha dans tous les fichiers la trace d'un trafiquant de drogue du nom de Léo Male. N'ayant rien trouvé, il exposa le cas à son fils Pierrot, comme il le faisait souvent lorsqu'il était embarrassé. Pierrot n'avait que dix ans, mais son esprit était vif. Il noircit une page de chiffres et fournit à son père le numéro de téléphone à l'adresse duquel on arrêta un dénommé Julot détenteur du stock de « came ». Quel était ce numéro?

25

la désintoxication chinoise

Clovis Clou, hélas, fumait l'opium. Décidé à se débarrasser de ce vice détestable, il se souvint d'un vieux procédé chinois de désintoxication.

Il mit 100 grammes d'opium dans un bocal, et le fit dissoudre dans l'alcool, de telle manière que le volume de la solution fût un litre.

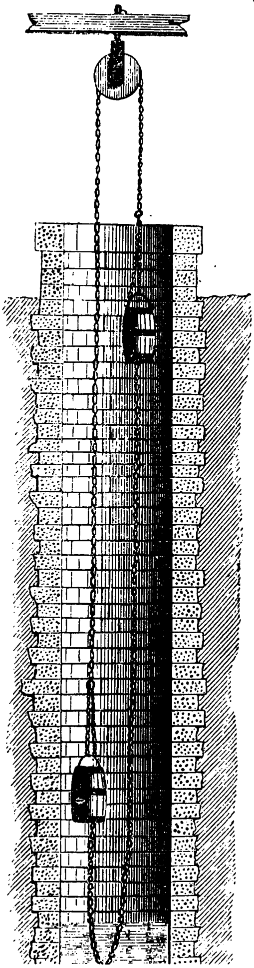
Il prit ensuite un verre de 10 cm^3, l'emplit du mélange, but, et remplaça ces 10 cm^3 de mélange par 10 cm^3 d'alcool.

Il procéda exactement de la même façon les jours suivants, buvant chaque fois un verre d'un mélange évidemment de moins en moins concentré, et le remplaçant par un verre d'alcool.

Si l'on considère que la désintoxication est satisfaisante lorsque le patient peut se contenter de 0,50 gramme d'opium, ou moins, par jour, combien d'opium Clovis absorba-t-il au cours de sa cure, et combien de jours celle-ci dura-t-elle?

26

le puits de Salomon



Un paysan possédait
un vaste domaine triangulaire
dans lequel
il n'y avait pas d'eau.
Il décida donc
de faire forer un puits.
Comme il avait trois fils
et qu'il voulait, à sa mort,
laisser à chacun
une superficie égale
et un accès au point d'eau,
il chargea le puisatier Salomon
de forer un puits à l'intérieur
du domaine en un point
tel qu'en le joignant
aux trois sommets
de ce domaine on obtienne
trois triangles de même surface.
Ce que fit Salomon,
qui avait des notions de géométrie.
En quel point fora-t-il?

27

simplifications scandaleuses

Clovis Clou appelle l'élève Clapeyron, lui fait écrire la fraction $\frac{2\,666}{6\,665}$, et lui demande de la simplifier.

— Je peux enlever un 6 au numérateur et un autre au dénominateur, dit Clapeyron. Cela fait : $\frac{266}{665}$.

— Bien, approuve Clovis. Mais tu peux faire mieux!

— C'est vrai, reconnaît Clapeyron, je peux encore simplifier deux fois par 6. Et il écrit : $\frac{2\,666}{6\,665} = \frac{266}{665} = \frac{2}{5}$.

— Bravo! dit Clovis. Je te mets 10 sur 10!

La méthode de simplification employée par Clapeyron est peu orthodoxe, et pourtant les résultats sont exacts.

Pourriez-vous trouver une fraction de la même forme $\frac{a\,b\,b\,b\ldots\ldots}{b\ldots.b\,b\,b\,c}$ (avec le même nombre de b au numérateur et au dénominateur) qui puisse se simplifier de la même manière, et qui soit équivalente à $\frac{1}{2}$?

l'analyse combinatoire

L'analyse combinatoire est la branche des mathématiques qui s'occupe de la formation, du dénombrement et des propriétés des différents groupes que l'on peut constituer, d'après des lois déterminées, au moyen d'un nombre fini d'éléments.
Nous envisagerons ici celles des lois qui déterminent les permutations, les arrangements et les combinaisons.
Les permutations de n éléments distincts sont les groupes que l'on peut former en disposant ces éléments à n places déterminées. Le nombre de toutes les permutations possibles est $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$, que l'on désigne par $n!$
$n!$ croît très vite avec n, et cette rapidité surprend les profanes. C'est ainsi que si l'on compte toutes les façons possibles de placer six personnes autour d'une table, ou d'aligner six soldats, c'est-à-dire que si l'on compte toutes les permutations possibles de six éléments on arrive au nombre imprévu de 720. Mais, si l'on passe de six personnes, ou six soldats, à dix, le nombre des dispositions possibles atteint la valeur stupéfiante de 3 628 000.
Les arrangements (simples) de n éléments p à p sont des groupes de p éléments distincts pris parmi les n, et disposés d'une façon déterminée. Le nombre des arrangements possibles est le produit des p nombres entiers

consécutifs descendants à partir de n :

$$A_n^p = n(n-1)\cdots(n-p+1).$$

Par exemple le nombre de façons dont on peut aligner six soldats pris de toutes les manières possibles dans un groupe de dix est :

$$A_{10}^6 = 10 \times 9 \times 8 \times \cdots \times 5 = 151\,200.$$

Les combinaisons de n éléments p à p sont les groupes que l'on peut constituer avec p éléments pris parmi les n, sans tenir compte de l'ordre de ces p éléments.
Il est facile de comprendre que le nombre total des combinaisons possibles est :

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-p+1)}{1 \times 2 \times \cdots \times p}.$$

Par exemple, il est possible de choisir une équipe de six hommes dans un groupe de dix de $C_{10}^6 = \dfrac{151\,200}{720} = 210$ façons différentes.
L'analyse combinatoire ne semble pas avoir été connue dans l'Antiquité. Au III^e^ siècle de notre ère est attestée la connaissance de $C_n^2 = \dfrac{n(n-1)}{2}$, mais le premier texte qui nous soit parvenu et qui donne la formule générale de C_n^p est du mathématicien hindou Bhaskara, au XII^e^ siècle. Au XIII^e^ siècle, Levi ben Gerson indique la formule de récurrence qui permet de calculer les nombres des permutations, des arrangements et des combinaisons, et divers théorèmes sur ces groupes.
Mais ces travaux tombèrent dans l'oubli, et l'analyse combinatoire fut peu à peu retrouvée au cours des siècles suivants, en particulier au XVII^e^ par Fermat et Pascal qui eurent besoin de cet outil pour leur calcul des probabilités, par Leibniz, Wallis et Frénicle. Au XVIII^e^, Bernoulli et Moivre lui donnèrent un grand développement.

factorielles

$$
\begin{aligned}
1! &= 1 && 1\\
2! &= 1 \times 2 && 2\\
3! &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot &= {}& 6\\
&& 4! = {}& 24\\
&& 5! = {}& 120\\
&& 6! = {}& 720\\
&& 7! = {}& 5\,040\\
&& 8! = {}& 40\,320\\
&& 9! = {}& 362\,880\\
&& 10! = {}& 3\,628\,800\\
&& 11! = {}& 39\,916\,800\\
&& 12! = {}& 479\,001\,600\\
&& 13! = {}& 6\,227\,020\,800\\
&& 14! = {}& 87\,178\,291\,200\\
&& 15! = {}& 1\,307\,674\,368\,000\\
&& 16! = {}& 20\,922\,789\,888\,000\\
&& 17! = {}& 355\,687\,428\,096\,000\\
&& 18! = {}& 6\,402\,373\,705\,728\,000\\
&& 19! = {}& 121\,645\,100\,408\,832\,000\\
&& 20! = {}& 2\,432\,902\,008\,176\,640\,000
\end{aligned}
$$

28

Clovis Clou chez les gangsters

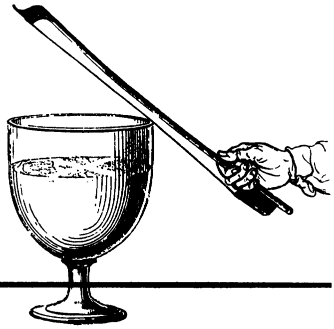
Au nombre des relations bizarres de Clovis Clou, est un individu à mine patibulaire que je soupçonne d'être receleur — ou pis encore — et que l'on appelle « la Manivelle ». Il habite un taudis de la rue Saint-Sauveur.

Dans un local contigu se réunissent parfois, vers minuit, d'horribles individus qui ont l'habitude d'y boire du champagne. Je pense que c'est leur manière de fêter la réussite de quelque mauvais coup.

Un soir que Clovis et « la Manivelle » jouaient aux échecs, ils entendirent à travers la cloison les gangsters arriver dans leur antre, puis déboucher une bouteille, puis trinquer. Clovis écouta attentivement et nota 21 tintements de verres. Il en déduisit le nombre des buveurs.

Lors d'une autre visite du professeur à son peu recommandable ami, les voisins se manifestèrent de la même façon, ouvrirent une bouteille et trinquèrent. Puis l'un des gangsters sortit. Un nouveau bouchon sauta, on trinqua encore une fois.

Clovis nota les tintements à chaque fois.



28

Il y en avait cinq de moins la seconde fois.

(1) Combien les gangsters étaient-ils lors de la première visite de Clovis?

(2) Combien étaient-ils lors de la seconde visite, avant le départ de l'un des hommes?

29

le harem et les écuries du sultan d'Adiabène

Au Moyen Age, le sultan d'Adiabène était soumis à une étiquette étrange et rigoureuse. Il possédait plusieurs femmes et plusieurs chevaux, sans que leur nombre total pût excéder dix-sept. Chaque jour il devait sortir avec quatre de ses femmes dans une voiture à trois chevaux, mais il ne devait jamais sortir deux fois avec les quatre mêmes femmes ni les trois mêmes chevaux. Le nombre des femmes et celui des chevaux devaient être tels qu'en un même cycle de jours fussent épuisées toutes les combinaisons de quatre femmes et de trois chevaux. Le cycle révolu, le sultan renouvelait son harem et son écurie, conservant seulement les mêmes effectifs.

Sélim le Grand régna trente-cinq ans.

A sa mort, Sélim le Petit réduisit le nombre de femmes et de chevaux, en conservant, bien entendu, les mêmes règles. Il régna trois ans.

Combien chacun des sultans consomma-t-il de femmes et de chevaux pendant son règne?

(En Adiabène, toutes les années avaient 365 jours.)

30

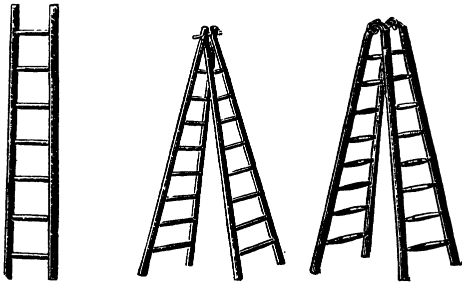
Anatole fume du gris

J'ai rencontré dans un bar de la rue de Seine un original, connu sous le nom d'Anatole, qui a entrepris de tapisser les murs de sa chambre avec les enveloppes de ses paquets de tabac : toujours du caporal gris qui est vendu, comme vous savez, sous forme de paquets cubiques de 5 cm d'arête.

Il a commencé par un premier panneau de 5 m sur 2,10 m — un 1er janvier — en 65, 66 ou 67, je ne me rappelle pas exactement l'année. Chaque matin, après avoir acheté sa ration de la journée — toujours la même —, il encollait soigneusement une petite partie du mur. Le panneau fut entièrement recouvert le 30 novembre de l'année suivante.

(1) Pouvez-vous dire quelle était la ration de tabac quotidienne d'Anatole, et l'année précise où il commença son travail de tapisserie?

Au cours d'un voyage en Turquie, Anatole découvrit un tabac que l'on vendait en paquets cubiques, comme le gris, mais de 10 cm d'arête. Il prit goût



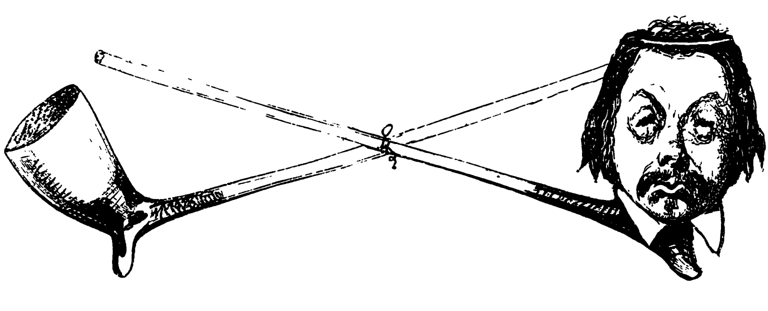
30

à ce tabac et n'en fuma plus d'autre, sans pourtant modifier sa ration quotidienne (en volume).

Il décida de recouvrir avec les enveloppes de ces nouveaux paquets le deuxième mur de sa chambre, qui avait la même surface que le premier.

(2) Combien de jours lui furent-ils nécessaires?

(On suppose les dimensions des paquets et les surfaces de mur rigoureuses, et le travail parfaitement exécuté. Anatole pouvait couper les enveloppes pour faire les ajustages nécessaires.)



31

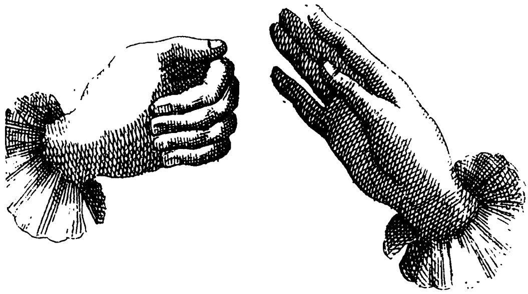
le dîner anniversaire de Clovis Clou

A l'occasion de son anniversaire, Clovis Clou a convié ses huit neveux et nièces à un fastueux dîner. Les toilettes de Clotilde et de Clélie sont un rappel des largesses de leur oncle : la première porte une robe longue faite d'un sari qu'il lui a rapporté des Indes, la seconde un pantalon en soie lamée qu'il lui a envoyé de Damas. Quant à Claudine, elle a pensé faire plaisir à son oncle en venant avec une minijupe réduite à l'extrême, et Cléopâtre — la seule mariée — en n'amenant pas son époux. A table, Clarence, le benjamin, est placé à côté de l'un de ses cousins. Clodomir, toujours pompeux, déclare :

— Me voici entre l'altière Égypte et l'orgueilleuse Rome.

Clovis, par distraction sans doute, a posé sa main gauche sur le genou nu de sa voisine; il la retire vivement lorsque Clotaire se penche au-dessus de la jolie personne pour parler à son oncle :

— Je viens de renverser du vin d'abricot sur le pantalon de ma voisine. Croyez-vous que cela tache? demande-t-il.



31

Cléobule a pris la main de la cousine placée à son côté.

— Comme votre alliance brille!

— C'est qu'elle est en mercurochrome, répond-elle.

Comment les convives sont-ils répartis autour de la table ronde du dîner?

32

révélations sur la famille Clou

Dans le dîner d'anniversaire dont nous venons de parler, les huit neveux et nièces de Clovis Clou auraient pu former vingt-trois couples de cousins (cousin + cousin ou cousin + cousine ou cousine + cousine). De plus, cinq de ces jeunes gens portaient à l'état civil le nom de Clou, et Cléopâtre était une demoiselle Clou.

Combien Clovis avait-il de frères et combien avait-il de sœurs ?

systèmes de numération

Notre système de numération usuel a pour base dix, ce qui veut dire que les objets y sont comptés par dizaines, par dizaines de dizaines (centaines), par dizaines de dizaines de dizaines (milliers), etc.

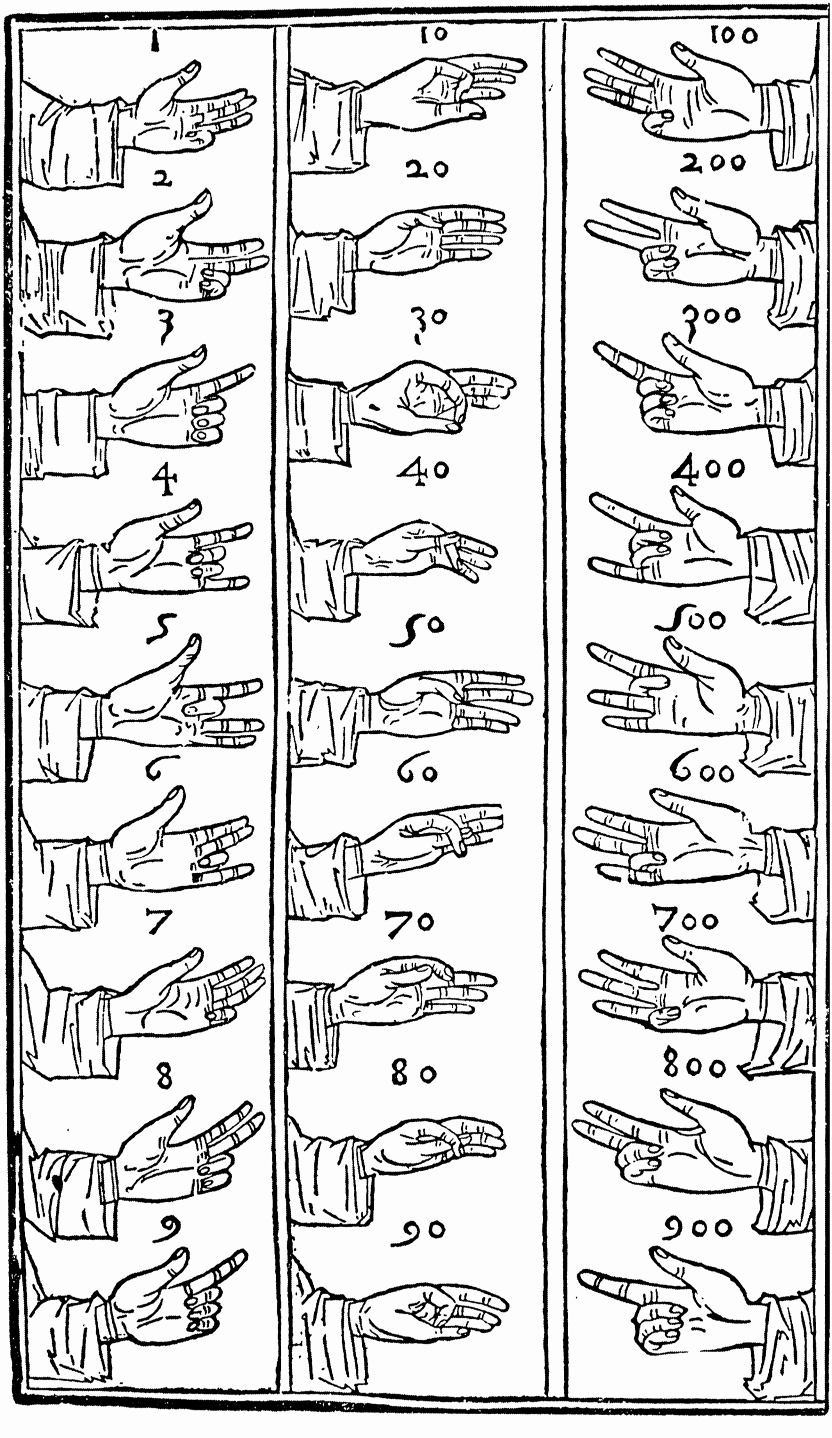
Ce système comporte dix chiffres (zéro compris), une dizaine y est désignée par 10, deux dizaines par 20,....... dix dizaines, ou 10^2, par 100, dix fois dix dizaines, ou 10^3, par 1 000 — d'une façon générale 10^n par 1 suivi de n zéros.

Il est évidemment possible d'adopter, pour base d'un système de numération, n'importe quel nombre entier A supérieur à 1.

Un tel système comporte A chiffres (zéro compris), A s'écrit 10, A^2 s'écrit 100, A^n s'écrit 1 suivi de n zéros.

Le système de numération de base 10, aujourd'hui universel, a été le plus généralement employé dans le passé, peut-être parce qu'il traduit l'usage des hommes primitifs de compter sur leurs doigts.

Dès l'Antiquité, ce système était appliqué chez les Chinois, les Hindous, les Égyptiens, les Grecs, les Étrusques, les Romains, mais selon des modalités et avec des chiffres souvent très différents des nôtres. Les Grecs, par exemple, représentaient les neuf premiers nombres, les neuf premières dizaines et les neuf premières centaines par


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
200
300
400
500
600
700
800
900

vingt-sept lettres : les vingt-quatre lettres de leur alphabet, et trois anciennes lettres orientales, dites *episemon.*

Notre système actuel, dans lequel le zéro est employé comme nombre, vient des Hindous par l'intermédiaire des Arabes.

Les Chaldéens avaient adopté la base 60, parce qu'ils avaient remarqué que l'année comprend six périodes de 60 jours. Les Chaldéens étant de grands astronomes, le nombre 60 a pris une importance considérable dans cette science et dans les arts annexes : le degré vaut 60 minutes, la minute 60 secondes, etc.

Les Mayas [1], dès le début de notre ère, et les Aztèques employaient le système vicésimal, c'est-à-dire de base 20; ce même système était en vigueur chez les Celtes, et quelques vestiges de cet usage ont été conservés dans notre langue : quatre-vingts, six vingts (autrefois employé pour 120), l'Hôpital des Quinze-Vingts. On retrouve également des traces de système vicésimal en danois (*fyrretyve, tresindstyve, firsindstyve*), et en albanais.

Les Maoris de Nouvelle-Zélande se seraient servis d'un système de base 11, dont il n'existe aucun autre exemple.

Au cours des temps, on a proposé à plusieurs reprises de substituer à notre système dénaire d'autres systèmes dont on vantait les avantages. Aristote avait observé que la base 4 présentait des facilités. Beaucoup plus tard, en 1687, Weigel publia une « arithmétique tétractique ».

Le système sénaire — base 6 — a laissé des traces dans diverses régions du Vieux Continent.

Dans son *Histoire de Charles X*, Voltaire nous apprend que ce roi voulait introduire en Suède un système ayant pour base 64, qui est à la fois carré et cube ($8^2 = 4^3 = 64$). Il avait confié l'étude de cette question à

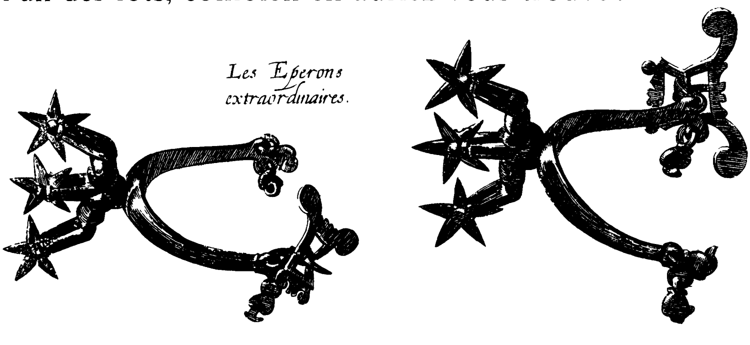
1. Les Mayas employaient le zéro. Ils furent peut-être le premier peuple à apporter à son système de numération cette amélioration remarquable.

Emanuel Swedenborg. Celui-ci rédigea, en 1718, un traité dont la conclusion préconisait l'emploi de la base 8 plutôt que de la base 64. L'affaire n'eut pas de suite.
Divers mathématiciens avaient dès le Moyen Age remarqué que le système binaire, c'est-à-dire de base 2, permet la solution aisée de certains problèmes. Leibniz donne, dans ses *Mémoires de Berlin*, les règles du calcul en système binaire. De nos jours, ce système connaît une application majeure dans l'informatique, où il a été adopté parce qu'il est le plus apte à représenter les deux termes de l'alternative à laquelle est limité l'ordinateur : le courant passe ou ne passe pas.
Dans ce système, il n'existe que deux chiffres : 1 et 0. Deux s'écrit 10, quatre ou deux au carré s'écrit 100, huit ou deux au cube s'écrit 1 000, etc.
Mais c'est le système duodénaire, de base 12, qui a eu et qui conserve les plus nombreux partisans. Il permet un décompte simple des mois de l'année, des heures du jour, des degrés de la circonférence. De plus 12 possède quatre diviseurs — 10 n'en ayant que deux —, ce qui permettrait, s'il était base, d'exprimer par des nombres entiers la moitié, le quart et le sixième.
Ce système avait été proposé au début du XVII[e] siècle, et pour la première fois semble-t-il, par Simon Stevin, de Bruges. Auguste Comte reprit cette idée : remarquant que les quatre doigts opposés au pouce comptent douze phalanges, il imagina un procédé qui, par opposition des pouces sur les phalanges, permettait de compter jusqu'à treize fois douze. On pourrait donc compter beaucoup plus loin sur ses phalanges en base 12 que sur ses doigts en base 10.
Ce système duodénaire a été employé dans certains commerces, et aujourd'hui encore dans celui des œufs qui se comptent, non par dizaines et centaines, mais par douzaines et par grosses ($144 = 12^2$). Il est également utilisé en typographie (1 cicéro = 12 points).

33

arithmétique chevaline

Un monarque oriental avait fait présent de chevaux à ses trois voisins, le roi d'Aulnie, le roi de Byzanie et le roi de Cyrie.
Il avait envoyé à chacun le même nombre de chevaux (inférieur à 200).
Pourtant, le premier le remercia pour ses 222 chevaux, le second pour ses 66 chevaux, le troisième pour ses 22 chevaux.
Les trois rois savaient compter, aucun cheval n'avait été volé.
Comment alors expliquer ces nombres différents? Si vous-même aviez pu compter les chevaux de l'un des lots, combien en auriez-vous trouvé?



34

la paire à 10

Si la paire est 10, quelle est la dizaine?

Bottes à 10 francs.

35

l'équation magique des Amalécites

Les prêtres amalécites accordaient un caractère magique à la formule : $X^2 - 13X + 42 = 0$ parce que, disait leur livre sacré, les racines de cette équation sont l'une le nombre des doigts d'une main, l'autre le nombre des doigts des deux mains.
Le professeur Gaëtan Dupont et Clovis Clou ayant été appelés en consultation par les historiens pour éclaircir cette affirmation, Gaëtan Dupont arriva à la conclusion que les Amalécites avaient un doigt à une main et six à l'autre.
Clovis Clou accueillit cette déclaration avec un rire sardonique :
— Les Amalécites, dit-il, avaient comme nous cinq doigts à chaque main.
Une fois de plus, Clovis avait raison. Mais alors, comment interpréter l'équation des Amalécites et le commentaire de leur livre sacré, lorsqu'on sait qu'ils ne se sont jamais trompés?

36

étranges racines

Gaëtan Dupont échoua à l'examen d'entrée à l'Académie des sciences parce qu'il ne sut pas résoudre la question suivante :
« Si 1111 et 11111 sont les carrés de nombres entiers, quelle est la plus grande de ces racines carrées ? »
Serez-vous plus heureux que Gaëtan ?

les nombres parfaits

Un nombre parfait est un nombre égal à la somme de ses diviseurs, 1 compris (mais lui-même, bien entendu, exclu). Euclide connaissait déjà les nombres parfaits et avait donné une formule (livre IX, 36) qui donnait des nombres parfaits, mais ne donnait pas que des nombres parfaits :

$$N = 2^{n-1} \times (2^n - 1) \text{ dans laquelle } 2^n - 1 \text{ est premier.}$$

Au début de l'ère chrétienne, la formule d'Euclide avait certainement été perdue, mais on connaissait quatre nombres parfaits, les quatre premiers, correspondant à $n = 2, 3, 5, 7$, soit 6, 28, 496 et 8128.

Il fallut attendre le XV^e siècle pour qu'on trouve le cinquième, 33 550 336, et le XVI^e pour avoir le sixième et le septième.

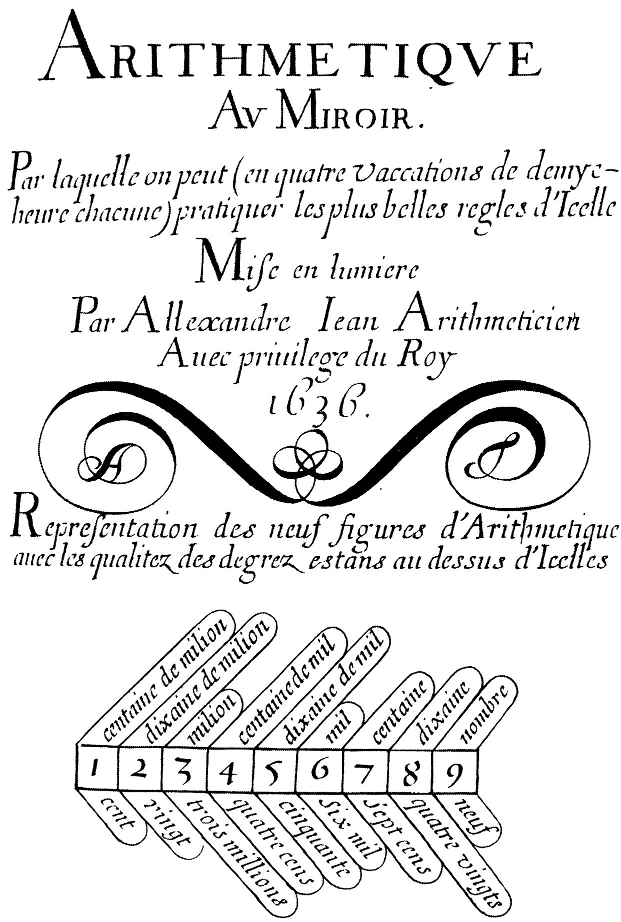
En 1886, Seelhoff découvrit le neuvième, en 1911 et 1914, Powers les dixième et onzième, en 1877, Lucas le douzième qui correspond à $n = 127$.

L'utilisation d'un ordinateur permit, au cours des dernières années, de trouver cinq autres nombres parfaits correspondant à $n = 521, 607, 1279, 2203, 2281$.

Enfin, tout récemment, la liste s'est allongée de cinq nouveaux nombres. Tous ces nombres parfaits sont pairs, se terminant par 6 ou 28, et répondant à la formule d'Euclide (on a d'ailleurs démontré que tous les parfaits pairs étaient de ce type).

La question de savoir s'il existe des nombres parfaits impairs n'a pas encore été résolue.

Fermat, Descartes, Mersenne, Euler s'intéressèrent aux propriétés de ces nombres dont Mydorge, cité par Descartes, écrivait : « C'est merveille de voir combien peu il y en a... et combien sont rares les nombres parfaits, aussi bien que les hommes parfaits. »


ARITHMETIQVE
AV MIROIR.
Par laquelle on peut (en quatre vaccations de demye-heure chacune) pratiquer les plus belles regles d'Icelle
Mise en lumiere
Par Allexandre Iean Arithmeticien
Auec priuilege du Roy
1636.
Representation des neuf figures d'Arithmetique auec les qualitez des degrez estans au dessus d'Icelles

37

la perfection de Cléopâtre

Comme j'avais l'indiscrétion de demander à Clovis l'âge de sa nièce Cléopâtre, il me répondit :
— Multipliez le nombre de ses bras par le nombre de ses jambes, puis par celui — premier — de ses amants, et vous aurez l'âge de ma nièce, parfait comme elle.
Quel était donc cet âge?

38

le moutardier avisé

Un fabricant de moutarde emballe ses boîtes de 10 cm de diamètre dans des caissettes carrées de 80 cm de côté.
Une étude de marché lui ayant montré que ses boîtes étaient trop grosses, il décide de les remplacer par d'autres boîtes cylindriques comme les précédentes, de même hauteur, mais d'un diamètre deux fois moindre : 5 cm.
Pour l'emballage des boîtes, il continue à utiliser les mêmes caissettes carrées de 80 cm de côté.
Les caissettes de petites boîtes contiendront-elles plus ou moins de moutarde que les anciennes caissettes, remplies de grosses boîtes? (On négligera l'épaisseur des parois des boîtes.)

39

plaisirs comptables

Écrire les nombres demandés avec les chiffres donnés. On pourra en outre utiliser les symboles mathématiques $+$, $-$, $\times$, :, ou barre de fraction, ( ), et placer les chiffres en exposant.

(1) Écrire le nombre 1 avec 1,1,1, de dix manières différentes.

(2) Écrire le nombre 1 avec 7 et 0.

(3) Écrire le nombre 6 avec 4,6,9.

(4) Écrire le nombre 2 avec 1,3,8.

(5) Écrire le nombre 16 avec 2,4.

(6) Écrire le nombre 11 avec 1,1,1,2,2.

(7) Écrire le nombre 117 649 avec 7,7,7,7.

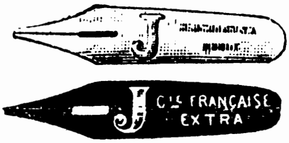
(8) Écrire le nombre 19 683 avec 3,3,3.

(9) Écrire le nombre 120 avec 8,8,8,8.

(10) Écrire le nombre 10 avec 3,3,3,3,3.

(11) Écrire le nombre 1,4142... avec 1,2,2.

(12) Écrire le nombre 31 avec 3,3,3,3,3.



39

(13) Écrire le nombre 37 avec 3,3,3,3,3.

(14) Écrire le nombre 100 avec 1,2,3,4,5,6,7,8,9.

(15) Écrire le nombre 7 625 597 484 987 avec 3,3,3.

(16) Écrire 1/2 en intercalant symboles et parenthèses dans la suite des neuf chiffres significatifs écrits dans l'ordre.

(17) Écrire le nombre 8 888 avec 5,7,8,9,9.

(18) Écrire le nombre 52 631 578 947 368 421 avec dix-neuf 9 et un 1.

40

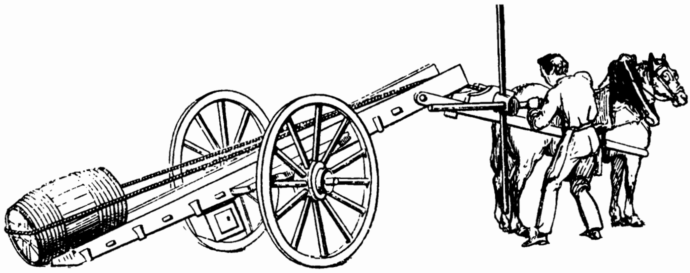
complications dans la réglisse

M. Barnabé expédie son jus de réglisse en fûts cylindriques. Il arrive souvent que ceux-ci soient percés et leur contenu perdu. Pour limiter ces pertes, M. Barnabé demande à son conditionneur de fabriquer un modèle de boîtes cylindriques de même hauteur que les fûts, et qui puissent être placées à l'intérieur des fûts, constituant des compartiments dans lesquels serait contenu le jus de réglisse. Bien entendu, ces boîtes ne doivent pas s'entrechoquer à l'intérieur des fûts. Il faut donc qu'elles soient tangentes à la paroi intérieure de celui-ci et tangentes entre elles, ou tangentes entre elles (pour celles qui ne toucheraient pas le fût), et qu'il en soit placé dans chaque fût le plus grand nombre possible. Le conditionneur étudie plusieurs solutions.

Première solution : les boîtes cylindriques étant remplies et placées dans le fût, celui-ci pèse 113 kilos.

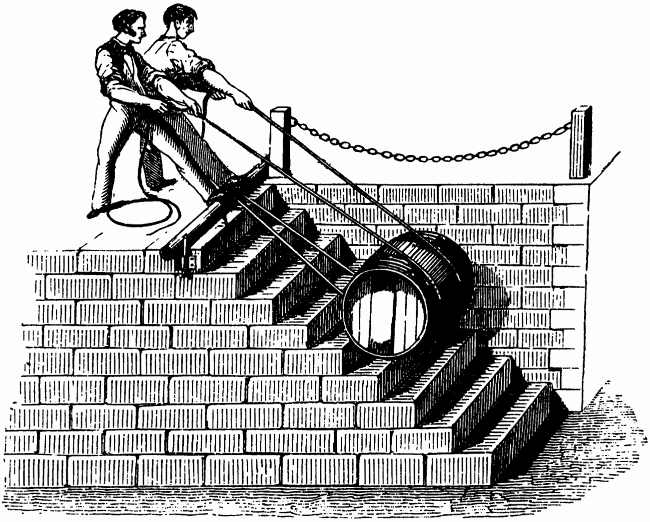
Deuxième solution : dans les mêmes conditions, le fût pèse approximativement 176 kilos.

Troisième solution : dans les mêmes conditions, le fût pèse approximativement 182 kilos.



40

Quel est le nombre de boîtes par fût dans chacune des trois solutions?
Le poids initial du fût plein était 226 kilos. (On négligera les poids des emballages, fûts et boîtes.)



41

Clovis Clou conseiller fiscal (1)

Deux députés, représentant l'un le grand capital, l'autre les travailleurs, voulant chacun proposer une réforme fiscale, avaient fait appel aux conseils de Clovis Clou.

— Je veux bien que l'impôt augmente avec le revenu, dit le premier, mais pas trop vite! Deux fois moins vite que le revenu.

— Avec votre méthode, dit le second, sarcastique, lorsque le revenu sera multiplié par 2, l'impôt sera multiplié par 1, c'est-à-dire qu'il n'aura pas bougé!

— Soyons précis, dit Clovis. L'honorable député capitaliste a sans doute voulu dire que lorsque le revenu, à partir d'une base A, augmenterait de n %, l'impôt augmenterait de $\frac{n}{2}$ % à partir d'une base B correspondant au revenu A.

— C'est cela même.

— J'accepte la méthode, dit le travailliste, mais à condition que l'impôt augmente deux fois plus vite que le revenu. Pour A, je prendrai 10 000 francs par an.

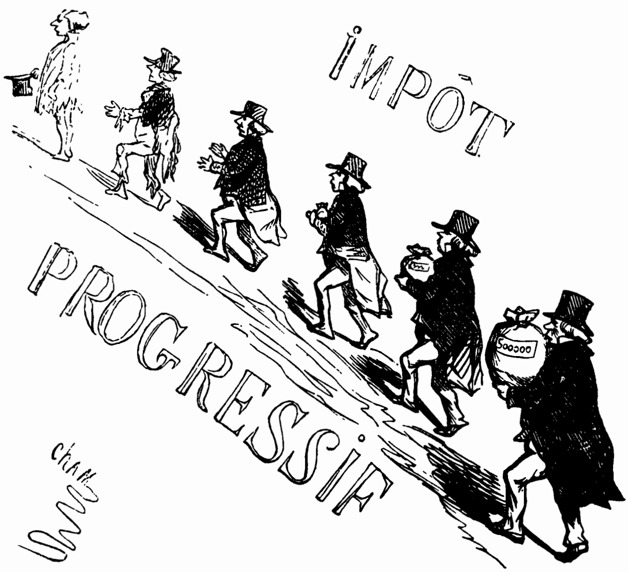
— Et pour B, 100 francs, dit le capitaliste.

41

Clovis Clou fut chargé de calculer l'impôt correspondant à un revenu de 1 000 000 de francs par an dans chacun des deux cas.

— Il y en a pour deux minutes, dit-il.

Avez-vous deux minutes?



Progression décroissante d'un propriétaire sous l'exercice de l'impot progressif.

42

Clovis Clou conseiller fiscal (2)

Nos deux députés ayant été sermonnés, le premier par le ministre des Finances, le second par les syndicats, parce qu'ils avaient proposé des impôts insuffisants, ils firent de nouveau appel à Clovis Clou.

— Votre méthode est mauvaise, dit Clovis, parce que toutes vos évaluations se réfèrent à un revenu et à un impôt de base. Lorsqu'on s'écarte trop de cette base, les résultats deviennent absurdes.

— Vous avez raison. Ce que nous voulons maintenant c'est que, lorsque le revenu augmente de façon continue, l'augmentation de l'impôt soit à tout instant ou deux fois moins rapide ou deux fois plus rapide que l'augmentation du revenu en valeur relative.

— Bon, dit Clovis. Vous admettez toujours, au départ, un impôt de 100 francs pour un revenu de 10 000?

— Oui. Pouvez-vous nous dire quel sera, dans chacun des deux cas, l'impôt correspondant à un revenu de 1 000 000?

— Il y en a pour une minute, dit Clovis. Mais attention! Votre système a des limites. Ma réponse va vous le prouver.

43

Clovis Clou conseiller fiscal (3)

L'initiative des deux députés capitaliste et travailliste avait provoqué une grande émulation au parlement. Tous se mirent d'accord pour faire appel à Clovis Clou, afin que, dans chaque cas, il établisse la formule donnant l'impôt Y, en fonction du revenu X.
Le gauchiste de gauche voulait qu'il ne reste rien à personne.
Le gauchiste de droite voulait que tous les revenus soient nivelés à la même somme.
Un socialiste acceptait que le revenu après impôt croisse en même temps que le revenu, à condition qu'il ne puisse en aucun cas dépasser 1 000 000.
Un député franchement réactionnaire voulait que l'impôt soit inversement proportionnel au revenu. « On mettra en prison ceux qui ne pourront pas payer. »
Dans tous les cas, sauf le premier, les députés étaient d'accord pour qu'à un revenu de 10 000 francs corresponde un impôt de 100 francs.
Quelles formules Clovis établit-il? En dessous de quel revenu les contribuables taxés par le député réactionnaire étaient-ils menacés de prison?

les carrés magiques

Les carrés magiques sont des carrés dans lesquels sont inscrits des nombres choisis et disposés de telle façon que leur somme soit la même qu'on les ajoute par ligne, par colonne, en suivant les diagonales. Par exemple :

8	3	4
1	5	9
6	7	2

est un carré magique parce que :

$$8 + 3 + 4 = 1 + 5 + 9 = 6 + 7 + 2 = 8 + 1 + 6$$
$$= 3 + 5 + 7 = 4 + 9 + 2 = 8 + 5 + 2 = 4 + 5 + 6$$

La somme commune, 15, est appelée nombre magique du carré.
Le carré est dit « carré de 3 » parce qu'il contient trois nombres sur chaque face.
Lorsque l'égalité des sommes n'est réalisée que pour les lignes et colonnes, et non pour les diagonales, le carré est dit « semi-magique ».
Les carrés magiques étaient connus avant notre ère des Chinois et des Hindous.

Dans un manuscrit hindou sur la magie, le *Kaksaputa,* on trouve la règle de construction de quatre carrés magiques dont l'un est attribué au célèbre alchimiste Nâgârjuna qui vivait au premier siècle de notre ère.

Au début du VI^e siècle, l'astronome Varâhamihira indiqua la construction d'un carré de 4. Un autre carré de 4, de nombre magique 34, qui a été rendu célèbre par Albert Dürer, fut trouvé dans les ruines de la ville de Khajuraho, qui remontent au XI^e siècle.

Une théorie complète de la construction des carrés magiques fut formulée au XIVe siècle, dans le *Ganita-Kaumudî,* traité d'arithmétique du mathématicien hindou Nârâyana. Il classa les carrés en groupes de côtés $4n$, $4n \pm 1$, $4n + 2$, et indiqua pour les deux premiers groupes la construction par superposition de deux carrés, qui fut réinventée quatre siècles plus tard par La Hire. En ce qui concerne les carrés $4n$, il révéla la séduisante méthode fondée sur le mouvement du cavalier des échecs. Tous ces procédés sont attribués par Nârâyana à des auteurs antérieurs.

Au XVe siècle, les moines djaïnistes étudièrent des carrés magiques compliqués qui furent redécouverts au XIXe siècle et firent l'objet de recherches de mathématiciens contemporains.

Les carrés magiques, comme le reste de leur science, furent empruntés aux Hindous par les Arabes, qui en font mention dès le IXe siècle. Du monde arabe, les carrés magiques pénétrèrent en Europe par l'intermédiaire du moine grec Moschopoulos, au XIVe siècle. Tout de suite ils connurent un grand succès. Ils constituaient un charme contre la peste et étaient employés dans des talismans et des amulettes.

L'alchimiste Agrippa, qui fut condamné pour sorcellerie, relève dans son livre *De occulta philosophia libri tres,* publié à Anvers en 1531, la construction de carrés de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, qu'il avait attribués pour symboles aux sept planètes de son époque : Saturne, Jupiter, Mars, le Soleil, Vénus, Mercure et la Lune. C'est pourquoi Fermat parle quelquefois des « carrés planétaires ».

Par la suite, des mathématiciens notables ou célèbres, Bachet de Meziriac, Fermat, La Hire, Euler, Lucas établirent un grand nombre de propriétés des carrés magiques. Lucas a donné le nom de *diabolique* à des carrés, d'ailleurs connus avant lui sous le nom de *panmagiques,* qui jouissent de propriétés supplémentaires très surprenantes.

La somme des éléments des diagonales partielles, comptant au total autant d'éléments qu'il y en a sur le côté du carré, est égale au nombre magique. De plus, si l'on coupe le carré selon une ligne ou une colonne et qu'on le reconstitue en disposant les morceaux différemment, mais sans intervertir lignes et colonnes, il demeure magique.

$$15 + 8 + 2 + 9 = 34$$
$$14 + 5 + 3 + 12 = 34$$
$$6 + 4 + 11 + 13 = 34, \text{ etc.}$$

Un carré bimagique, ou satanique, est un carré qui reste magique si l'on remplace ses éléments par leurs carrés. Pfefferman a indiqué deux carrés bimagiques, l'un en 1890 : carré de 8, l'autre en 1891 : carré de 9.

Un carré trimagique est un carré qui reste magique si l'on remplace ses éléments par leurs cubes. Nous ne connaissons pas d'exemple d'un tel carré — ce qui ne veut pas dire qu'il n'en existe pas.

Enfin les carrés magiques géométriques sont des carrés dans lesquels les produits (et non plus les sommes) des éléments de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale sont égaux.

Dans les problèmes qui suivent, les carrés dont nous demandons la construction sont tous composés de nombres entiers, positifs, *différents*.

Par contre, pour ces constructions, on pourra se servir de carrés magiques auxiliaires comprenant plusieurs fois les mêmes éléments, ou des éléments négatifs.

Dans les carrés magiques de lettres, celles-ci sont disposées de telle façon qu'elles forment des mots lorsqu'on les lit par ligne, par colonne, ou selon les diagonales. Nous en donnons un exemple dans le problème 55.

Il existe un très célèbre carré semi-magique, le carré SATOR, qui est gravé sur une colonne trouvée au début du siècle dans les ruines de Pompeï, et qui était donc connu en l'an 79 de notre ère. Le voici :

S A T O R
A R E P O
T E N E T
O P E R A
R O T A S

Bien que, littéralement, le texte lu par ligne ou par colonne ne veuille rien dire, on lui a trouvé de nombreuses et mystérieuses significations. On remarque que le mot TENET, qui se lit indifféremment de droite à gauche (comme en hébreu) ou de gauche à droite (comme en latin), forme une croix au milieu du carré.
D'autre part, en utilisant ses lettres, on peut constituer la croix

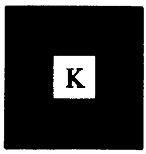
a
P
A
T
E
R
aPATERNOSTERo
O
S
T
E
R
o

Interprétant ensuite les lettres parasites a et o (α et ω), on peut lire « d'alpha à oméga, Pater Noster », ce qui peut se traduire « Dieu règne sur l'univers ».
On a conclu avec quelque vraisemblance que ce carré était un signe de reconnaissance secret des chrétiens.
Mais on a fait dire bien d'autres choses au carré SATOR. On a retrouvé en lui les secrets de l'Égypte antique, et, par anticipation, ceux des Templiers. On y a lu les lois de l'astronomie, on y a découvert des combinaisons mathématiques inouïes.

44

le diable dans le bénitier

Trouver le nombre K, sachant que le carré dans lequel il est inscrit est magique et composé des nombres de 10 à 18.



45

premier carré

Compléter le carré suivant pour qu'il soit « magique ».

67		43
	73	

46

le novenaire

Il est possible de constituer un carré magique de neuf cases avec les neuf chiffres significatifs. Pouvez-vous trouver ce carré?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

47

secret magique

Les trois carrés suivants sont magiques. Les six lettres qui leur manquent vous permettront de former un mot, qui a été caché par ce procédé cryptographique. Quel est ce mot singulier?

I		
G	K	O
Q	C	M

D	K	
	F	G
I	A	H

O		M
N	P	
S	L	Q

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

48

le carré magique d'Albert Dürer

Compléter le carré magique ci-dessous, sachant qu'il est composé des seize premiers nombres entiers.

16			13
	6		
			1

Dans sa gravure « Mélancolie », qui date de 1514, Albert Dürer a représenté ce carré magique qui possède un nombre extraordinaire de propriétés.

49

carré de 7

Construire avec les quarante-neuf premiers nombres un carré magique de côté 7.
Avis au lecteur : n'essayez pas de construire ce carré magique par tâtonnement. Vous y passeriez vainement des mois.

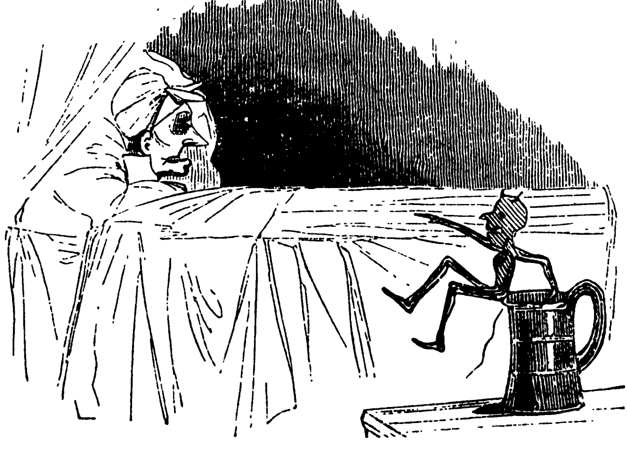
50

Lucifer sait-il compter?

Une secte luciférienne, qui compte des membres à Lyon, a pour signe de ralliement le carré magique reproduit ci-dessous :

7	14	3
5	9	10
12	1	ϕ

Que représente Φ?

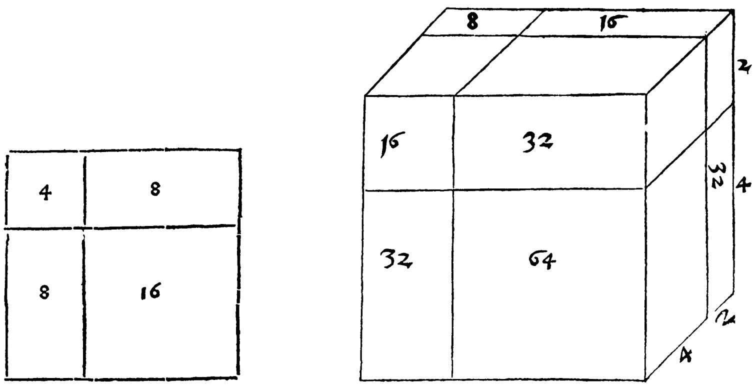


51

carré magique géométrique

Compléter le carré magique géométrique :

2	64	32



52

complications mathématico-magiques

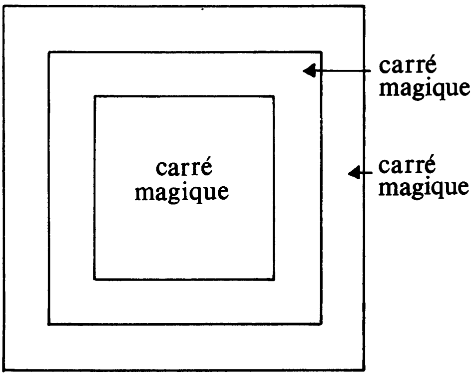
Construire un carré magique de neuf cases avec les racines de l'équation :

$$X^9 - 45X^8 + 870X^7 - 9\,450X^6 + 63\,273X^5$$
$$- 269\,325X^4 + 723\,680X^3 - 1\,172\,700X^2$$
$$+ 1\,026\,576X - 362\,880 = 0.$$

53

les bordures magiques

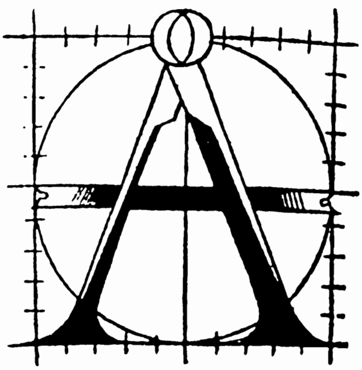
Construire, autour d'un carré de 4 de nombre magique 130, une première, puis une deuxième bordure, de telle façon que les carrés de 6 et de 8 ainsi constitués soient encore magiques.



54

le carré diabolique

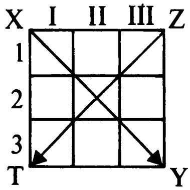
Rendre diabolique le carré d'Albert Dürer.



55

mot entrecroisé

Trouver les neuf lettres occupant les cases d'un carré magique de lettres, au moyen des définitions suivantes :



1. Avec ou sans musette.
2. Calomniée dans sa démarche.
3. A des sens bien différents en français et en franglais.

I. Peut devenir meilleur.
II. Cri de joie du masochiste.
III. Contrairement à la croyance générale, ce n'est pas net, c'est lui.

XY. Néologisme informatique.
ZT. Ni laine, ni coton.

56

sot carré cornu

(1) Remplir dans un premier temps le mot croisé ci-dessous :

	1	2	3
I			
II			
III			

I. Bouclier de trois livres.
II. Péricarpe céréalier.
III. Écarte l'ivraie.

1. A l'extrême, les hommes y sont jaunes.
2. Attribut de cornu.
3. Plat.

(2) Les lettres de cette grille représentent les chiffres de 1 à 9 formant un carré magique. De plus, si on remplace les chiffres par les lettres correspondantes. de la transcription précédente, on a l'égalité :

$$UT = U \times SI.$$

56

(3) Déchiffrer alors le message* adressé par Clovis Clou à Gaëtan Dupont :

1 5 8 7 5 3 9 2 8 2 6 1 7 5 7 2

* Réponse de Clovis à Gaëtan, nº 57.

Exemple qu'il faut coppier plusieurs fois, tant afin d'apprendre a bien former les chiffres d'Arithmetique que l'ordre de les placer vis a vis les ungs des autres ainsy qu'il se voit cy dessoubs

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 0 1 1 1 2 1 3 0
7 5 4 8 9 3 4 4 5 7 8 6 9 9 8 9 7 5
5 1 2 9 5 7 4 4 2 5 7 8 1 9 7 3 4 2
9 8 7 6 5 4 2 1 5 5 3 2 8 5 7 2 2
3 4 5 4 6 6 7 9 1 5 2 7 8 8 3
4 5 6 7 8 9 4 5 3 8 2 9 1 5 3 2 1
9 9 5 2 7 7 8 9 3 4 1 2 5 8 3 1 8
2 5 3 6 9 8 1 3 4 8 7 6 5 4 1
5 8 9 7 5 7 4 5 7 2 1 8 9 9 7 5
3 2 1 5 6 7 8 8 4 4 8 7 5 6 7 8 9
4 5 6 1 3 2 7 9 8 0 4 5 0 1 5 6 0
2 0 5 1 4 3 1 5 2 4 1 0 8 2 3 4 4
9 8 0 7 5 0 4 9 8 0 7 2 0 5 6 7 2
3 2 1 5 3 5 1 0 0 7 4 5 6 6 1 8 0
8 8 9 9 7 7 4 4 5 5 6 6 1 1 2 2 0
3 3 5 5 0 0 8 8 9 0 9 0 7 0 5 6 8
9 2 0 1 5 3 4 0 8 7 0 2 1 5 6 7 8
7 7 5 4 8 7 2 5 1 6 6 8 7 6 7 1 2

nombres curieux

L'extraordinaire nombre 37 :

$$3 \times 37 = 111$$
$$6 \times 37 = 222$$
$$9 \times 37 = 333$$
$$12 \times 37 = 444$$
$$15 \times 37 = 555$$
$$18 \times 37 = 666$$
$$21 \times 37 = 777$$
$$24 \times 37 = 888$$
$$27 \times 37 = 999$$

Si l'on permute circulairement les chiffres des nombres 037, 074, 148, 185, 259, 296, on obtient des multiples de 37.

Exemple :

$$074 = 37 \times 2$$
$$740 = 37 \times 20$$
$$407 = 37 \times 11$$

$$37 \times (3 + 7) = 3^3 + 7^3$$
$$37 = 3^2 + 7^2 - 3 \times 7$$

Le nombre 91 :

$$
\begin{aligned}
1 \times 91 &= 0\,9\,1\\
2 \times 91 &= 1\,8\,2\\
3 \times 91 &= 2\,7\,3\\
4 \times 91 &= 3\,6\,4\\
5 \times 91 &= 4\,5\,5\\
6 \times 91 &= 5\,4\,6\\
7 \times 91 &= 6\,3\,7\\
8 \times 91 &= 7\,2\,8\\
9 \times 91 &= 819, \text{ etc.}
\end{aligned}
$$

Les chiffres des première et troisième colonnes augmentent d'une unité à chaque ligne, ceux de la deuxième diminuent d'autant.

L'association 37 × 91 :

$$37 \times 91 = 3\,367$$

$$
\begin{aligned}
33 \times 3\,367 &= 111\,111\\
66 \times 3\,367 &= 222\,222\\
99 \times 3\,367 &= 333\,333\\
132 \times 3\,367 &= 444\,444\\
165 \times 3\,367 &= 555\,555\\
198 \times 3\,367 &= 666\,666\\
231 \times 3\,367 &= 777\,777\\
264 \times 3\,367 &= 888\,888\\
297 \times 3\,367 &= 999\,999
\end{aligned}
$$

Les carrés inversés :

$$
\begin{aligned}
12^2 &= 144 & 21^2 &= 441\\
13^2 &= 169 & 31^2 &= 961\\
102^2 &= 10\,404 & 201^2 &= 40\,401\\
103^2 &= 10\,609 & 301^2 &= 90\,601\\
112^2 &= 12\,544 & 211^2 &= 44\,521\\
113^2 &= 12\,769 & 311^2 &= 96\,721\\
122^2 &= 14\,884 & 221^2 &= 48\,841
\end{aligned}
$$

Assemblages de cubes :

$$1^3 + 5^3 + 3^3 = 153$$
$$3^3 + 7^3 + 0^3 = 370$$
$$3^3 + 7^3 + 1^3 = 371$$
$$4^3 + 0^3 + 7^3 = 407$$

Les nombres en 1 :

$$11^2 = 121$$
$$111^2 = 12321$$
$$1111^2 = 1234321$$
$$11111^2 = 123454321$$

Le nombre 365 :

$$365 = 10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

Le mariage de 49 et 48 engendre des carrés :

$$49 = 7^2$$
$$4\,48\quad 9 = 67^2$$
$$44\,48\quad 89 = 667^2$$
$$444\,48\,889 = 6667^2, \text{ etc.}$$

Au milieu de chacun des nombres formés, on insère 48.

Les 9 intercalés :

$$1089 \times 9 = 9801$$
$$2178 \times 4 = 8712$$

Les produits sont les multiplicandes inversés. La propriété reste vraie si l'on insère au milieu des multiplicandes autant de 9 qu'on le veut.

Exemple : $10\,999\,89 \times 9 = 98\,999\,01$

Les associations de chiffres à vocation carrée :

Certaines associations de chiffres semblent avoir une vocation à former des nombres carrés; si, en effet, on les permute de plusieurs manières, on obtient des nombres carrés.

$144 = 12^2$	$169 = 13^2$	$256 = 16^2$
$441 = 21^2$	$961 = 31^2$	$625 = 25^2$
	$196 = 14^2$	

$1024 = 32^2$	$1089 = 33^2$	$1296 = 36^2$
$2401 = 49^2$	$9801 = 99^2$	$2916 = 54^2$
		$9216 = 96^2$

Quelques associations forment même plusieurs puissances 4

$1\,048\,576 = 32^4$	$5\,764\,801 = 49^4$
$104\,060\,401 = 101^4$	$146\,410\,000 = 110^4$

Le couple 178-196 :

178^2 et 196^2 d'une part, 178^3 et 196^3 d'autre part, sont formés des mêmes chiffres permutés.

Avec cinq et neuf chiffres :

$$12543^2 = 157326849$$

Avec 6, 5 et 3 :

$$65^2 - 56^2 = 33^2$$
$$65\,65^2 - 56\,56^2 = 33\,33^2$$

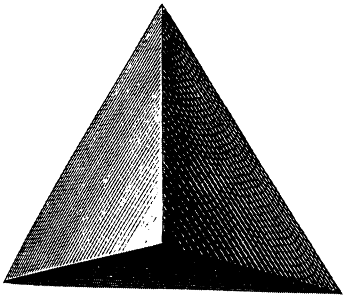
Persistance du 5 :

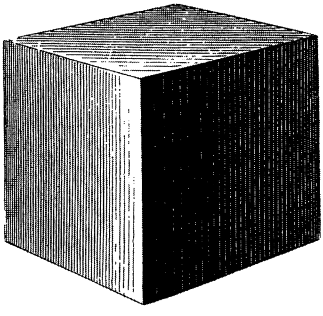
$8 - 3 = 5$	$8^2 - 3^2 = 55$
$78 - 23 = 55$	$78^2 - 23^2 = 55\,555$
$778 - 223 = 555$	$778^2 - 223^2 = 555\,555$
$7778 - 2223 = 5555$	$7778^2 - 2223^2 = 55\,555\,555$ etc.

Triangles :

$$1 \times 9 + 2 = 11$$
$$12 \times 9 + 3 = 111$$
$$123 \times 9 + 4 = 1111$$
$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$
$$12345 \times 9 + 6 = 111111$$
$$123456 \times 9 + 7 = 1111111$$
$$1234567 \times 9 + 8 = 11111111$$
$$12345678 \times 9 + 9 = 111111111$$
$$123456789 \times 9 + 10 = 1111111111$$

$$0 \times 9 + 8 = 8$$
$$9 \times 9 + 7 = 88$$
$$98 \times 9 + 6 = 888$$
$$987 \times 9 + 5 = 8888$$
$$9876 \times 9 + 4 = 88888$$
$$98765 \times 9 + 3 = 888888$$
$$987654 \times 9 + 2 = 8888888$$
$$9876543 \times 9 + 1 = 88888888$$
$$98765432 \times 9 + 0 = 888888888$$
$$987654321 \times 9 - 1 = 8888888888$$





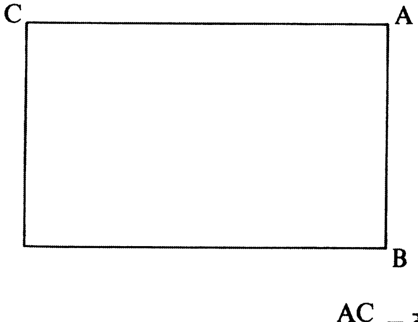
Le Nombre d'or :

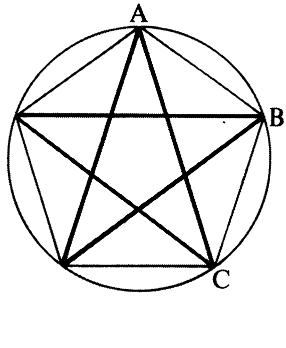
Le Nombre d'or — divine proportion du moine vénitien Luca Pacioli, *sectio divina* de Képler, *sectia aurea* de Léonard de Vinci — est un nombre connu depuis l'Antiquité pour ses attributs esthétiques, ses propriétés mathématiques, et les symboles mystiques qui y ont été attachés.

Si l'on trace un rectangle, on constate que la figure a son aspect le plus harmonieux lorsque le rapport de sa longueur et de sa largeur est égal au Nombre d'or. Ce nombre intervient dans un grand nombre d'autres figures, pentagones et décagones réguliers ou étoilés, et c'est pourquoi il est présent dans toutes les œuvres d'art que sous-tendent ces structures, en peinture ou en architecture, aussi bien que dans la science géométrique et dans l'astronomie. Léonard de Vinci, le peintre Serusier, l'architecte Le Corbusier, Képler ont affirmé son rôle essentiel.

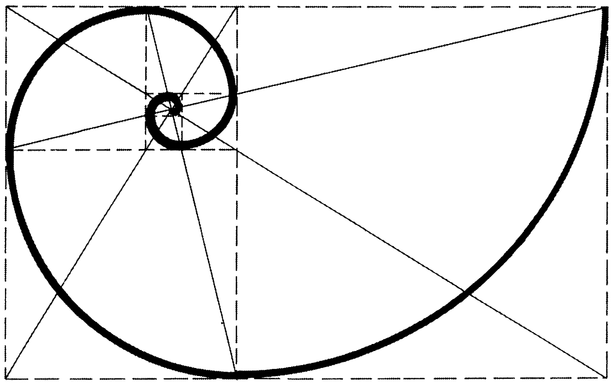
Un tel nombre, inscrit dans la nature, et inné en l'homme, devait séduire les mystiques. Associé au pentacle, qui figure sur les monnaies antiques et dans les roses de nos cathédrales, il a été adopté comme un des symboles de Dieu par les Grecs de l'Antiquité et les chrétiens de la Renaissance.

Voici deux représentations géométriques du Nombre d'or, dans le rectangle et le pentacle.





$$\frac{AC}{AB} = \Phi$$



En mathématiques, le Nombre d'or, généralement représenté par Φ, est la racine positive de l'équation

$$\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$$

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \qquad \text{ou} \qquad 1{,}61803...$$

Voici quelques expressions ou propriétés curieuses de ce nombre.

$$\Phi = 1{,}61803...$$

$$\frac{1}{\Phi} = 0{,}61803...$$

$$\Phi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cdots}}}}$$

$$\Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \cdots}}}}}$$

57

dramatique riposte de Gaëtan Dupont

Au spirituel message que lui avait envoyé Clovis Clou — et dont nous avons proposé le déchiffrement n° 56 — Gaëtan Dupont répondit par une basse dénonciation qui aurait pu avoir des conséquences dramatiques.

C'est par exprès que parvint au domicile de Clovis, rue Clopin, la lettre suivante : « *Tu as osé me traiter de cocu! J'en ris. Car, en regardant cette multiplication, tu constateras, comme je · l'ai fait avec énormément de plaisir, qu'en t'associant avec ce mot mal sonnant, tu ressors bien mal en point et à toutes extrémités.*

```
       C L O U
       C O C U
     ---------
     . . . . .
     . . . .
 . . . . .
 . . . .
 -------------
 L O · O · C U
```

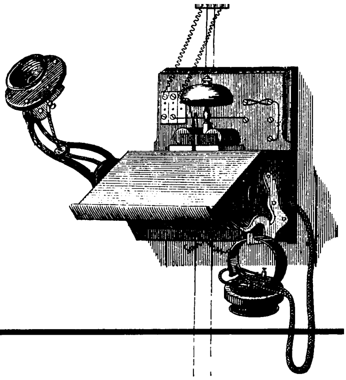
57

« *Effface-toi donc de ce produit, tu laisseras la place au petit nom que ta maîtresse, férue d'américanisme, donne dans l'intimité à l'un de tes bons amis.* »
Clovis ne mit pas longtemps, comme vous le pensez, à trouver le nom dissimulé dans cette opération. Et alors il comprit, hélas, bien des choses!

58

Clovis Clou dans la clandestinité

Au mois de mai 1968, Clovis Clou était entré dans la clandestinité pour former je ne sais quel mystérieux parti. Il m'avait chargé d'une mission dont je n'ai pas encore compris la signification, et qui consistait à photographier les hippies qui lisaient un livre à l'envers, sur les bancs du boulevard Saint-Michel. Mission incompréhensible, mais dangereuse. Je me suis fait casser la figure dès le deuxième jour. Je n'ai pas abandonné pour autant — vous me connaissez. Mais, au lieu de photographier, j'ai croqué... Il faut vous dire que je dessine à la perfection. Si un journal acceptait de vous présenter mes œuvres, vous seriez émerveillés! Mais vous savez comme ils sont, dans la presse... Ils ne reconnaissent pas les vrais talents... Bref. Clovis Clou m'avait dit : « Vous m'apporterez vos films tous les mois, à 18 heures, chez Marinette (un petit troquet de la rue Descartes). Le quantième du mois, je vous l'indiquerai chaque fois par téléphone. Mais il faut être prudent — on peut être écoutés. Aussi, je vous téléphonerai simplement une équation en X et Y. Vous n'aurez aucune peine à la



58

résoudre, intelligent comme vous êtes, mais les autres n'y verront que du feu... Le quantième sera le nombre X Y... X chiffre des dizaines, Y chiffre des unités. » Bon, j'avais répondu, compris!
Le 12 juin, Clovis me téléphone pour m'indiquer le rendez-vous du mois. Il énonce une équation toute simple. Je raccroche, mais je ne note pas tout de suite, parce que, en face, la femme du plombier était en train de se déshabiller... un beau brin de fille!
Au bout d'un moment, je vais pour transcrire l'équation, mais voilà que je ne me rappelle plus si c'était :

$$(X + Y) \times 2 = X \times Y + 2$$

ou

$$X + Y + 2 = X \times Y \times 2$$

Que faire? J'ai réfléchi et j'ai tout de même découvert la date du rendez-vous. Vous voyez comment?

59

le tapis roulant du Châtelet

Clovis Clou prend quelquefois le métro au Châtelet. Il emprunte le trottoir roulant, sur lequel il marche de son pas ordinaire, et va ainsi d'une extrémité à l'autre en une minute douze secondes.
Un jour, il eut, au retour, l'idée bizarre de remonter ce même tapis roulant, marchant toujours du même pas. Il lui fallut six minutes.
Le lendemain, le tapis roulant était en panne.
(1) Combien de temps Clovis mit-il alors pour le franchir?
(2) Si Clovis marche à la vitesse de six kilomètres à l'heure, quelle est la vitesse du tapis roulant?
(3) Si, en moyenne, il se trouve sur le tapis une personne de 65 kilos tous les deux mètres, de 6 heures du matin à minuit, quel tonnage le tapis transporte-t-il en un jour?

a) si les voyageurs sont immobiles sur le tapis?

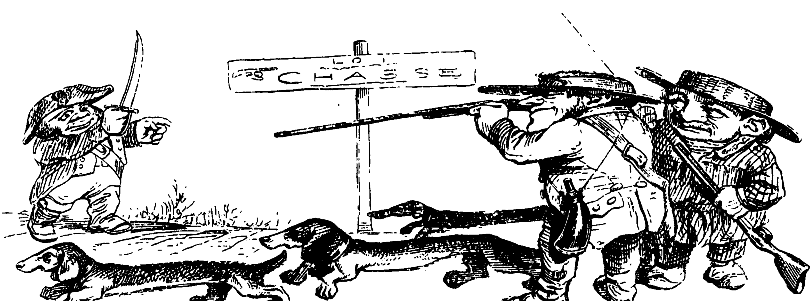
b) s'ils marchent uniformément à la vitesse de 6 km/heure?

(On ne comptera que les voyageurs transportés de bout en bout.)

60

chasse Clou

Clovis fait l'ouverture de la chasse en compagnie de ses neveux Clodomir et Clotaire. Ils tirent faisans, lièvres et perdrix. Ils ne sont pas de remarquables fusils : l'analyse du nombre de coups tirés — 61 au total — montre qu'il faut à Clovis 4 coups pour abattre un faisan, 8 pour un lièvre, 4 pour une perdrix; à Clodomir 4 coups pour un faisan, 2 pour un lièvre, 3 pour une perdrix; à Clotaire 4 coups pour un faisan, 4 pour un lièvre, 8 pour une perdrix (chaque chasseur a donc tué au moins une pièce de chaque sorte). Le tableau final est de quatre faisans, quatre lièvres et quatre perdrix, chaque homme ayant quatre pièces à son actif. Quel est le tableau de chasse précis de chacun?



61

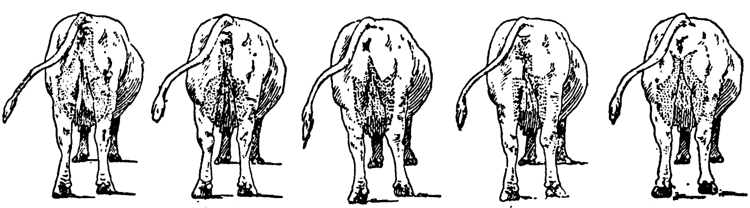
l'âge de Clovis

Clovis Clou se promène avec son petit neveu Clapeyron qui est déjà un habile mathématicien.
— Je pensais à l'instant, lui dit-il, que, lorsque j'avais l'âge qu'a ton père aujourd'hui, il avait l'âge que tu auras quand il aura mon âge et, d'autre part, que, lorsque tu auras l'âge actuel de ton père, j'aurai l'âge qu'aura alors ton père plus ton âge actuel.
— Tiens, dit Clapeyron, je croyais que vous aviez soixante-trois ans!
— Tu vois, mon cher petit, tu me rajeunissais un peu.
Quels sont les âges de Clovis, de Clapeyron et de son père?

62

les vaches tricolores

Paul Colas, fermier à Vexaincourt, dans les Vosges, avait trente vaches, soixante veaux et trois fils.
Dix des vaches étaient blanches et avaient chacune trois veaux; dix étaient noires et avaient deux veaux; dix étaient rousses mais n'avaient qu'un veau.
Étant arrivé à l'âge de la retraite, Paul Colas désirait partager vaches et veaux entre ses trois fils.
Mais, d'un naturel très scrupuleux, il voulait non seulement que tous reçoivent le même nombre de vaches et de veaux, mais encore que chaque veau suive sa mère, que chaque lot comprenne au moins une vache de chaque couleur, et qu'aucun lot ne comprenne plus de la moitié des vaches d'une couleur donnée. Comment opéra-t-il le partage?

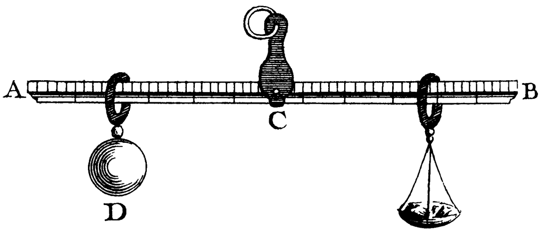


Flandrine Liserine Limousine Équerrine Bicorne

63

l'héritage de Colas

On avait toujours aimé les mathématiques dans la famille Clou. Clovis avait conservé dans ses archives le testament de son grand-père Colas qui était ainsi rédigé :
« *L'aîné de mes enfants aura 10 000 francs plus le septième de ce qui restera après ce prélèvement. Ensuite, le second prendra 20 000 francs plus le septième de ce qui restera. Ensuite, le troisième prendra 30 000 francs plus le septième de ce qui restera. Et ainsi de suite jusqu'à épuisement de mon bien.* »
Colas avait un esprit compliqué, mais juste. Chacun de ses enfants reçut la même somme.
Quel était le montant de son héritage et combien avait-il d'enfants?



arithmétique littérale

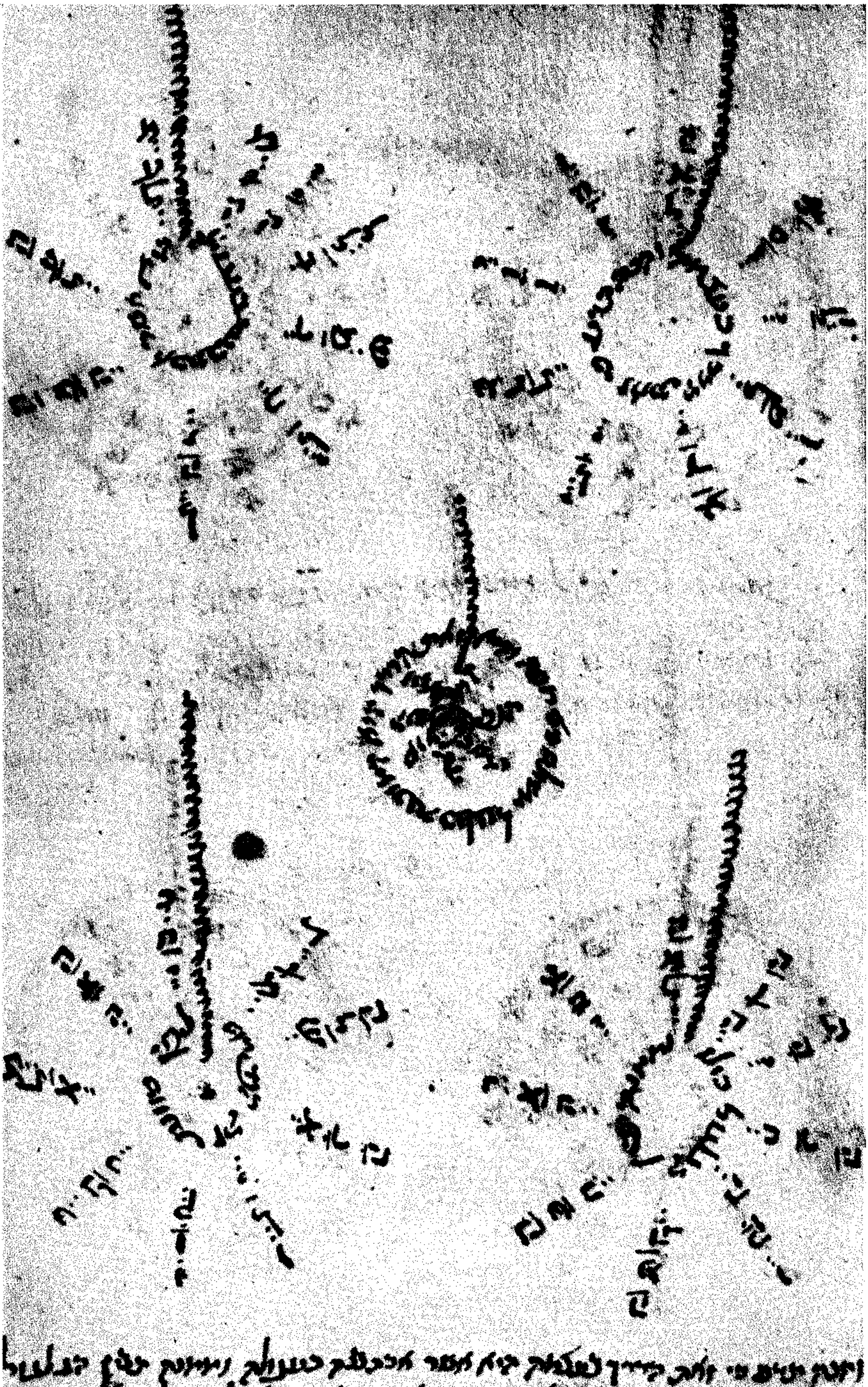
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Nous appellerons *valeur* d'une lettre, le nombre exprimant son rang dans l'alphabet. Exemple : R = 18.
Nous appellerons *valeur* d'un mot, la somme des valeurs de ses lettres. Exemple : ECU = 5 + 3 + 21 = 29.

et les secrets de la Kabbale

La substitution aux lettres de nombres correspondant à leur rang, dont sont inspirés les jeux qui suivent, a été pratiquée dès l'Antiquité par les Babyloniens, les Perses et les Grecs.
La première inscription que nous connaissions à ce sujet date du VIIIe siècle avant notre ère. Elle a été trouvée dans les ruines de Khorsabad, et elle indique que la lon-



ותמן תניינא . והא צריך לאשכחא היא אמר [illegible] [illegible] [illegible] עלין [illegible]
כולא לבי [illegible] [illegible] . והא צריך היא [illegible] [illegible] [illegible] כל [illegible]
ונחירין [illegible] [illegible] מור [illegible] [illegible] .

gueur de la muraille, 16 283 unités, est la « valeur » du nom du souverain qui l'a fait construire, Sargon II.
Les gnostiques employèrent eux aussi cette substitution, qui prit le nom de *gématrie* (du grec γεωμετρια). C'est ainsi que les saints noms d'Abraxas et de Mithras ont tous deux la valeur 365, nombre des jours de l'année.
Du monde grec, la gématrie passa, à l'époque du second Temple, dans le monde juif, et elle joua un rôle considérable dans sa philosophie religieuse. Elle est la clef de ses domaines les plus secrets.
Les nombres correspondant aux vingt-deux lettres hébraïques sont, d'après leur rang :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 200, 300, 400.

La manipulation gématrique consiste à remplacer un mot ou un groupe de mots par un autre mot ou groupe de mots de même valeur, ou d'une valeur égale à celle des carrés des valeurs des lettres initiales, ou d'une valeur obtenue par des opérations plus compliquées; elle conduit à des interprétations philosophiques ou cosmiques.
C'est ainsi que le Talmud fixe à 515 années la distance de la Terre au Ciel (métaphysique), d'après Ezéchiel qui, parlant des anges, dit : « leur pied est droit » (I, 7). Or le mot « droit », en hébreu ישרה (5, 200, 300, 10), a pour valeur 515. C'est la dimension du pied de l'ange qui est la distance temporelle du Ciel à la Terre.
La gématrie est l'un des procédés fondamentaux de pénétration de la Kabbale. Elle permet de découvrir le sens caché de l'arbre des Sephiroth, cœur du Sepher ha Zohar — le livre de la Splendeur, base de la Kabbale.
Des philosophes contemporains, en particulier Raymond Abellio, procèdent à des recherches approfondies sur le déchiffrement gématrique des textes testamentaires et kabbalistiques.

64

séries lettres

Les déchiffrements kabbalistiques sont extrêmement difficiles. Certains chercheurs ont passé leur vie à tenter de découvrir le mystère de quelques lignes. Si vous voulez effleurer ce domaine (jeu n° 65), nous vous conseillons de vous exercer en traitant les quelques séries qui vous sont proposées ci-dessous :
Tous les mots qui suivent sont contenus dans le *Petit Larousse illustré*, première partie. Les verbes sont à l'infinitif, les adjectifs au masculin, les mots au singulier.

⊗ désigne la lettre ou le chiffre, (?) le mot ou le nombre ou leur partie à trouver. ☒ est employé lorsque le mot qui conviendrait n'existe pas.

(1) A – B – C – D – E – G – ⊗ – M – Q – S – W.

(2) neurasthénique, dame, kharidjisme, métallurgiste, cab, s⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗hie, à, implanter, jubilation, harmonie, latéralement, plénipotentiaire, obséquieusement, gagnant, édile, radiocommunication, fripon.

ABCDE

64

(3) a, ☒, ab, ça, ad, bac, fa, ce, ha, bec, bah, bée, âge, ma, bal, lac, le, boa, do, as, il, lai, ami, bail, du, ⊗b⊗, coi, rade, beau, date.

(4) baba, faune, cab, donc, barda, foie, mal, soir, mortel, no⊗, oignon, puncho, semeur, gélif, fée, duc, frime, génératif, mol, tas, polo, gérondif, ut, vanneau.

(5) as, col, robe, boisé, castel, écarter, délation, c⊗⊗⊗⊗⊗⊗ur, anatocisme.

(6) à, ☒, ba, da, fa, bah, cade, hi, do, m⊗⊗, écu, bon, gui, bru, but, chou, joug, roué, noire, soûl, houri, union, route, miction, cadastrer, zorille, adaptation.

(7) 35, 54, 81, 82, ⊗⊗, 52, 60, 58, 46, 37, 60, 71, 83, 123, 92...

(8) fic, bile, amibe, bore, acore, vau, ⊗oi⊗, futé, croute.

(9) a-a, ab-de, ça-fée, da-pi, ⊗a-mou, ce-loup, dé-baldaquin, aï-antimoine, bi-yogourt, ci-pourtour.

64

(10) alpe, elle, esse, roux on$\otimes$e, fo$\otimes$, lui, épice, ogive, acore, morue, flute, mièvre.

(11) il, cri, alun, crète, adirer, stérile, archipel, stabilité, enclencher, (?) dibi (?)

(12)	fa	he	as
	bal	lac	dol
	cane	gage	dent
	carne	lapin	$\otimes\otimes$ste
	acacia	bla-bla	balise

(13)	baie	cade	cime
	solo	bain	bise
	baba	abbé	zone
	zest	ma	$\otimes\otimes$

64

(14) Exceptionnellement, des mots de la partie historique-géographique du *Petit Larousse illustré* sont utilisés dans cette série :

pic	caille	oiseau
cheval	chat	mammifère
Brésil	Canada	Amérique
Vienne	Seine	département
Flandre	Maine	province
platine	helium	⊗⊗⊗⊗⊗ ⊗⊗⊗⊗⊗⊗
bar	dyne	⊗⊗⊗⊗⊗
blé	lilas	végétal
banane	pêche	fruit
Ume	Lena	fleuve
médecin	coiffeur	profession
frelon	pélopée *	⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗

* Pélopée, qui n'est pas dans le dictionnaire, est le nom d'un insecte voisin du sphex et commun dans le sud de la France.

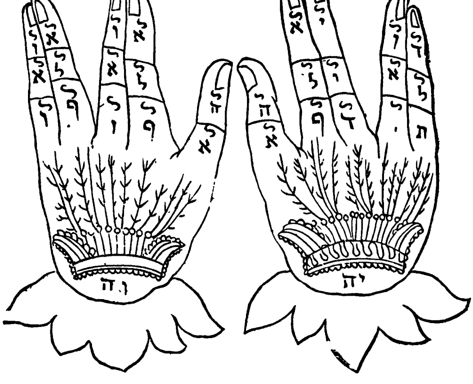
65

séries kabbalistiques

(1) Achab-infernal, ah-diablerie, bêche-gnostique, ce-kabbale, cage-soufre, Égée-talmudiste, fée-a⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗t, gag-alchimiste, ha-diablerie, if-torture, Ida-Pluton, Bach-gématrie.

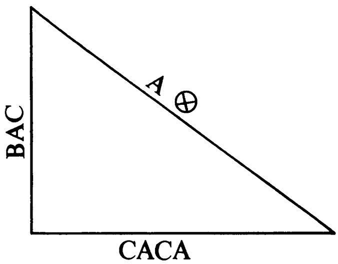
(2) ah-damné, bac-bec, ce-il, da-bah, eh-démon, fa-l⊗⊗, gai-succube, ha-vif, if-mort, je-secret.

Les mots à trouver sont adjectifs ou noms communs.



66

Pythagore édenté



Quelle est la lettre ⊗ ?

67

le rectangle polisson

⊗ ⊗ N

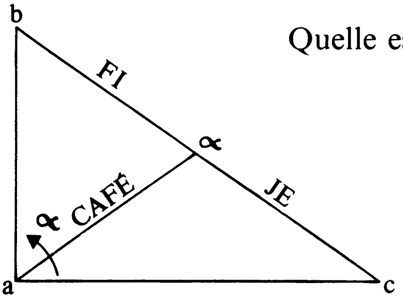
RECTANGLE

DA

Quelles sont les lettres ⊗ ⊗?

68

à la belle médiane



Quelle est la valeur de l'angle α?

Le nombre π

Le nombre π (initiale de περιφερεια) est le rapport de la longueur d'une circonférence à son diamètre. Son histoire est liée à celle du problème de la quadrature du cercle qui a passionné les mathématiciens depuis l'Antiquité jusqu'en 1882, date à laquelle l'Allemand Ferdinand Lindeman démontra qu'il était insoluble.

Quelles valeurs les mathématiciens attribuèrent-ils au nombre π au cours de l'histoire?

Les Chaldéens, plusieurs millénaires avant notre ère : 3. Les Hébreux : 3 (Livre des Rois, L, VII, 23). Les Égyptiens : $\frac{256}{81}$ # 3, 1605 (Papyrus d'Ahmes). Archimède : $3\frac{1}{7}$ ou $\sqrt{10}$.

En 1956, Ludolph van Ceulen calcula les 35 premières décimales de π, ce qui permettait d'obtenir le volume d'une sphère de la grosseur de la terre à trois milliardièmes de centimètre cube près. En 1873, Shanks indiqua les 707 premières décimales de π (fausses après la 527^{e}). L'apparition des ordinateurs permit de pousser les calculs beaucoup plus loin. En 1958, François Genuys obtint 1 000 décimales sur un ordinateur IBM 704.

Enfin, en 1974, Jean Gilloud calcula 1 000 000 de décimales sur l'ordinateur le plus puissant du monde à cette époque, un Control Data 7600, en 23 h 18.

(J. Guilloud et M. Bouyer, « 1 000 000 de décimales de π », Commissariat à l'Énergie atomique, Paris, 1974.)

Jean Guilloud est aujourd'hui le seul homme au monde à savoir quelle est la 1 000 001^{e} décimale de π.

NOUVEAU RAPPORT

DE LA

CIRCONFÉRENCE AU DIAMÈTRE

Suivi d'une NOUVELLE MANIÈRE de faire

L'ADDITION ET LA MULTIPLICATION,

PAR

Joseph LACOMME,

MATHÉMATICIEN NATUREL.

L'instruction, nourrice du génie,
De son lait pur ne m'abreuva jamais.
Que demander à qui n'eut point de maître?
Mon génie seul m'a formé;
Et ses épis que mon printemps vit naître,
Sont ceux d'un champ où rien ne fut semé.

Joseph LACOMME.

A PARIS,

Chez l'Auteur, Passage Jouffroy, 44.

L'Auteur est visible tous les jours, de midi à dix heures du soir.

1855.

69

Clovis perd aux courses

Clovis Clou se trouvait au Club du cheval pie et savourait un punch dont Zabulon, le barman, tenait la recette secrète (il ajoutait une goutte d'acide sulfurique pour lui donner du corps).

— Vos tuyaux ne valent pas votre punch, dit Clovis. J'ai encore perdu mon tiercé.

— Je vous avais donné le un, le cinq et le trois, dit Zabulon.

— Oui, et seul le cinq est arrivé. La semaine dernière, vous m'aviez donné trois, sept, un, et on n'a vu que le un. Mais je ne vous en veux pas. Car ces numéros forment les nombres 153 et 371 qui ont en commun une propriété remarquable. Vous devez être arithméticien confirmé, Zabulon...

— Pas du tout, dit modestement le barman.

— Vous connaissez tout de même le cube de 1?

— S'il existe, il doit faire 6.

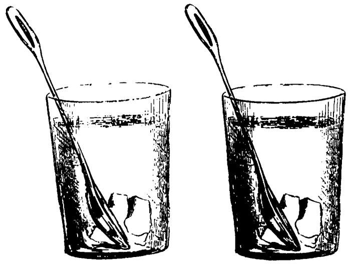
— Pourquoi 6? Et le cube de 5?

— Il est de 30.

Clovis demeura un instant silencieux, puis se frappa le front.

69

— Je vois votre erreur, dit-il. Pour vous le cube de 6 est 36. Mais revenons à nos chevaux. Ne pourriez-vous améliorer vos pronostics, Zabulon?
— Je vous donne un bon cheval sur les trois. Impossible de faire mieux. C'est chez moi un principe et une infirmité. Quand je dis trois choses, toujours l'une est vraie et les deux autres fausses.
Comme Clovis achevait de boire son septième punch, trois jeunes hommes vinrent s'accouder à l'autre extrémité du bar. Il écouta un moment leur conversation. Puis il se tourna vers Zabulon.
— J'ai appris, dit-il, que ces trois individus se nommaient Antoine, Boris et Carlos, et que l'un était sénateur, un autre plombier, un autre capitaine. Mais je ne sais pas lequel est sénateur, lequel plombier et lequel capitaine. Pourriez-vous me renseigner?
— Volontiers, dit Zabulon, Antoine est sénateur. Boris n'est pas sénateur. Et Carlos n'est pas plombier.
— C'est ce que je pensais, dit Clovis.



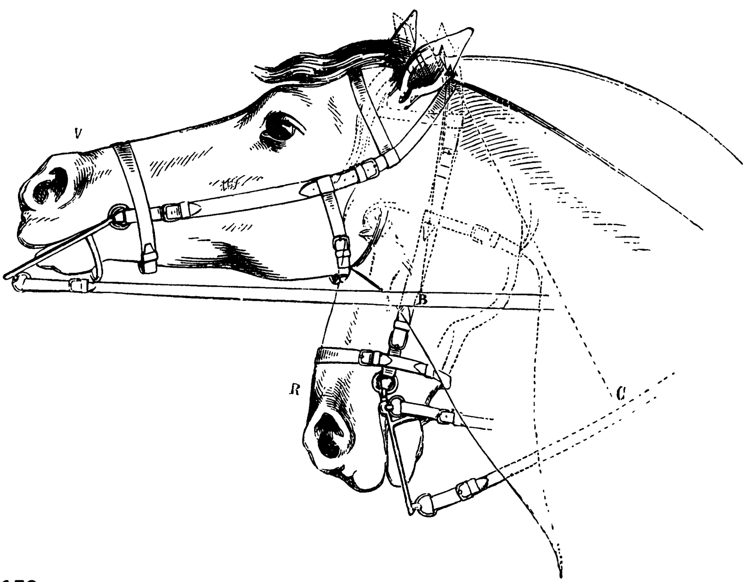
69

Pouvez-vous dire :

(1) La propriété remarquable que les nombres 153 et 371 ont en commun?

(2) Quelle est la méthode (erronée) de Zabulon pour calculer les cubes?

(3) Les professions d'Antoine, de Boris et de Carlos?

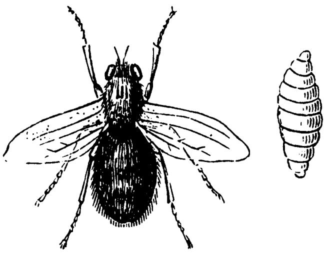


70

la mouche des Durand

En sortant de son bureau parisien, M. Durand prend habituellement le train qui arrive à 19 heures à la gare proche de son domicile. Sa fidèle épouse vient le prendre en voiture pour l'amener chez lui. Mme Durand est une femme méthodique qui conduit toujours à la même vitesse et qui arrive à la gare à 19 heures précises.
Un jour, M. Durand, s'étant libéré plus tôt que de coutume, prend le train qui arrive à 18 heures. Il ne téléphone pas à sa femme. Comme il fait beau, il décide de marcher à sa rencontre. Celle-ci part donc de chez elle à la même heure que d'habitude. Après avoir rencontré son mari, elle fait immédiatement demi-tour, et les Durand arrivent chez eux dix minutes plus tôt qu'à l'accoutumée.

Première question : Combien de temps M. Durand a-t-il marché ?
Deuxième question : Si M. Durand marche à 4 kilomètres à l'heure, à quelle vitesse sa femme conduit-elle ?



70

M. et M^{me} Durand n'ont pas d'enfant (ou du moins pas encore, ils sont jeunes, Dieu merci). Pour le moment, ils ont reporté toute leur affection sur Philomène, leur mouche apprivoisée. Lorsque M^{me} Durand met sa voiture en marche, Philomène — qui vole à 60 kilomètres/heure — s'élance en avant pour être plus vite arrivée à la gare. Ce jour-là, elle est déconcertée parce qu'elle rencontre son maître en route. Elle fait aussitôt demi-tour, vole jusqu'au pare-brise de M^{me} Durand; fait à nouveau demi-tour et vole jusqu'à son maître, et ainsi de suite jusqu'à la rencontre. Au cours de ces va-et-vient successifs, Philomène parcourt 5 kilomètres (la route gare-domicile est rectiligne).

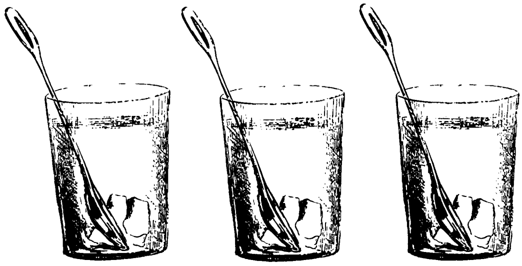
Troisième question : Quelle est la distance de la gare au domicile des Durand?

71

Clotaire joue aux dés

Clotaire Clou venait de jouer aux dés sa neuvième tournée de punchs avec Zabulon, le barman du Cheval pie, et de perdre pour la neuvième fois.
— On va jouer à un autre jeu, dit Clotaire. Je vais vous faire un tour. Si vous parvenez à le répéter, ma perte sera doublée. Sinon, je serai quitte.
— C'est un jeu de dés?
— Oui.
— Alors, d'accord, dit Zabulon.
Clotaire s'éloigna du comptoir et tourna le dos au barman.
— Prenez trois dés... Faites-les rouler... Additionnez les points des trois faces supérieures... Bon... Maintenant, ajoutez à ce total le nombre de points de la face inférieure d'un de ces dés, n'importe lequel... Faites rouler ce dé... Ajoutez au total le nombre de points de la face supérieure qu'il présente maintenant... Ça y est?
— Ça y est, dit Zabulon.

Clotaire se retourna, jeta un coup d'œil sur les dés et dit un nombre.



71

— C'est le total auquel vous étiez arrivé?
— Exact, dit Zabulon. A moi.
Il se retourna à son tour et dit à Clotaire.
— Jetez trois dés... Additionnez les points des trois faces... Ajoutez ensuite les points des faces inférieures des deux premiers dés... Rejetez ces deux dés... Ajoutez les points des faces du dessus, puis les points de la face inférieure de l'un d'eux... Faites rouler ce dé... Ajoutez les points de sa face supérieure.
— Voilà, dit Clotaire.
Zabulon se retourna, regarda les trois dés et dit :
— 23.
— C'est faux, déclara Clovis qui se trouvait à l'autre extrémité du bar et qui n'avait pas vu les dés.
Et Zabulon s'était trompé, en effet.
Pouvez-vous dire comment Clotaire effectue son tour et comment Clovis a pu dire, sans avoir regardé les dés, que Zabulon s'était trompé?

72

un fabuleux trapéziste

Partagez, prenez de la peine
Consacrez-y vos soins.
Un gros viticulteur, sentant sa fin prochaine,
Fit venir ses enfants, leur parla sans témoins.
— Gardez-vous, leur dit-il, de vendre l'héritage
Que nous ont laissé nos parents.
En quatre parts égales, semblablement,
De ce domaine, faites partage.

Ce domaine était un trapèze rectangle. La petite base était égale à la hauteur et moitié de la grande base.

Dans les jeux 73 à 95 qui suivent, il n'est tenu compte que du sens et de la structure des mots, en aucun cas de leur « valeur » (au sens de la page 135).

73

l'intrus

Cherchez dans les séries suivantes, le mot ou le nombre qui y a été introduit abusivement.

(1) 7, 13, 19, 29, 43, 57, 61, 73, 97, 103, 127, 139, 151.

(2) depuis, avant, dans, entre, parmi, aussi, pendant, pour, selon, voici.

(3) potassium, sodium, cadmium, silicium, uranium, indium, plutonium.

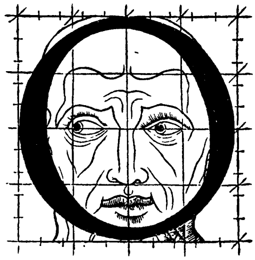
(4) 8, 27, 64, 125, 216, 344, 512, 729.

(5) fer, zinc, soufre, mercure, phosphore, or, iode, carbone, platine, tellure, selenium.

(6) car, comme, et, quand, envers, toutefois, lorsque, quoique, donc, mais.

(7) Euclide, Fermat, Pythagore, Einstein, Nietzsche, Poincaré, Bernoulli, Galois.

(8) scarabée, carabe, guêpe, mante, punaise, tarentule, puce, pou, abeille.



73

(9) glace, flamme, frigide, four, lapon, ardent, nord, fusion, neige, canicule, fromage, soleil.

(10) gramme, seconde, centimètre, dyne, erg, calorie-gramme, watt, barye.

(11) 24, 720, 40 320, 362 880, 39 915 800, 479 001 600, 6 227 020 800, 87 178 291 200.

(12) Flandre, Artois, Saintonge, Provence, Picardie, Hainaut, Angoumois.

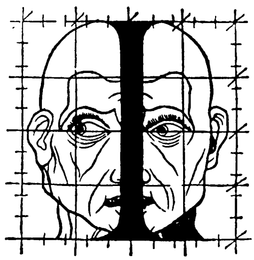
(13) gaz carbonique, méthane, ammoniac, éthane, oxyde de carbone, diamant, pétrole, graphite, brai, calcaire.

(14) raie, perche, sole, lieu, goujon, hareng, roussette, coffre, ombre, mulet, bar, labre, espadon.

(15) sans, hun, pie, mil, de, vain, tas.

(16) frégate, morue, dytique, hydrate, barrage, canne à pêche, paquebot, oléoduc, humidité, source.

(17) porte-avions, baleine, pélagique, truite, marée, corail, perle, plancton, cuirassé, méduse.



73

(18) baleine, morse, requin, dauphin, narval, épaulard, phoque, lamantin.

(19) raie, dos, scie, sole, mie, fat, hutte, très, las.

(20)

7	7
7	7

A

67	4	43
14	38	62
33	81	9

B

1	12	7	14
8	13	2	11
10	3	16	5
15	6	9	4

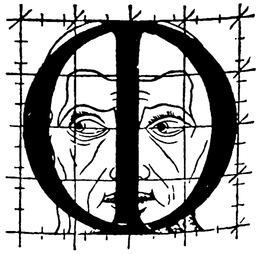
C

1	13	3	25	23
21	18	11	6	9
22	19	12	10	2
5	8	15	20	17
16	7	24	4	14

D

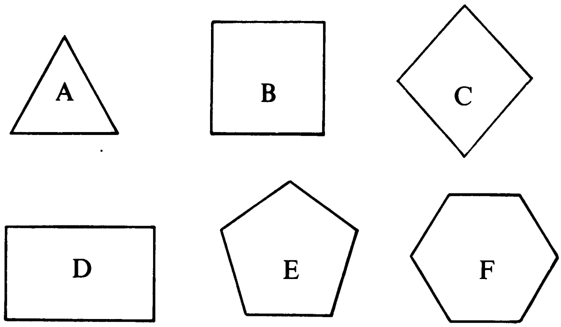
1	32	34	3	35	6
30	8	28	27	11	7
19	17	15	16	20	24
18	23	21	22	14	13
12	26	9	10	29	25
31	5	4	33	2	36

E



73

(21)



(22) abîme, touron, maléfice, roux, fable, zut, bagage, nous, lime, sort, agile, pont, amical, voyou, beige, potiron, dallage, youyou, hammam, ours, image, trou, chameau, urus, jack, pourtour, daim, tussor.

(23) à, bébé, pipe, crin, animal, potiron, demoiselle, pistache, rhinocéros, scaphandrier, locotracteur, cinématographie, xylographique.

(24) français, masculin, polysyllabique, court, singulier, écrit, lu, lisible, prononçable, imprimable, abstrait, américain, décomposable, mot, utilisable, intrus.

□•|•□

74

nouvelles intrusions

Trouvez l'intrus :

(1) document administratif, pièce de monnaie, situation fâcheuse d'une armée, pour soirée de gentlemen, pi, ouvert, une ellipse peut l'être, cercle.

(2) fine, sert à la pêche, sur le visage d'anciennes coquettes, langouste, diptère, prise par un homme en colère, celle du vinaigre est appréciée des biologistes.

(3) cheval, hélium, taille de cheveu, ascension rapide d'escaliers, losange, faire l'impossible, chaise, saisons, saut à la perche, le grand roi Henri.

(4) grâces, évêchés, un borgne et sa femme, glorieuses, corde à nœuds, mousquetaires, médianes, procédé géodésique.

75

trilogies

Trouver les mots ou expressions manquants situés aux sommets ou aux centres des triangles. Les initiales des mots au centre des neuf premiers triangles forment, dans l'ordre, le mot au centre du dixième triangle. Chaque lettre manquante est remplacée par une croix.

Metz
+ + + + + + + + + + + +
Verdun Toul

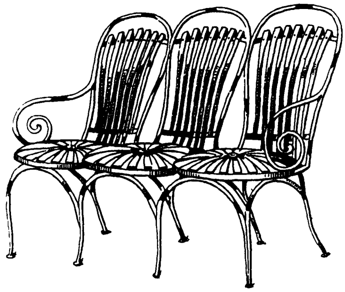
minéral
+ + + + + +
+ + + + + + végétal

coléoptères
+ + + + + + + +
lépidoptères hyménoptères

juifs
+ + + + + + + + + + + +
musulmans chrétiens

solide
+ + + + +
g+ + + + + liquide

égoïne
+ + + + +
musicale circulaire



75

Aglaé

+ + + + + + + + + + +

+ + + + + + + + + + Thalie

François Ier

+ + + +

Louis XIV Henri IV

fleuret

+ + + + + + +

sabre épée

janvier

+ + + + + + + + +

+ + + + + + + + + + +

Règle de Trois.

76

tétralogies

Trouver les mots ou nombres manquants ou incomplets situés dans les angles et aux centres des rectangles (carrés compris).

1		2
	10	
4		3

(1)

hiver		printemps
	s⊗⊗⊗⊗⊗⊗	
automne		été

(2)

maturité		vieillesse
	⊗⊗⊗	
adolescence		enfance

(3)

Cl		Br
	h⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗	
F		I

(4)

1		⊗
	30	
16		9

(5)

⊗⊗		1
	⊗⊗⊗	
27		⊗

(6)

⊗⊗		⊗⊗⊗
	354	
⊗⊗		⊗

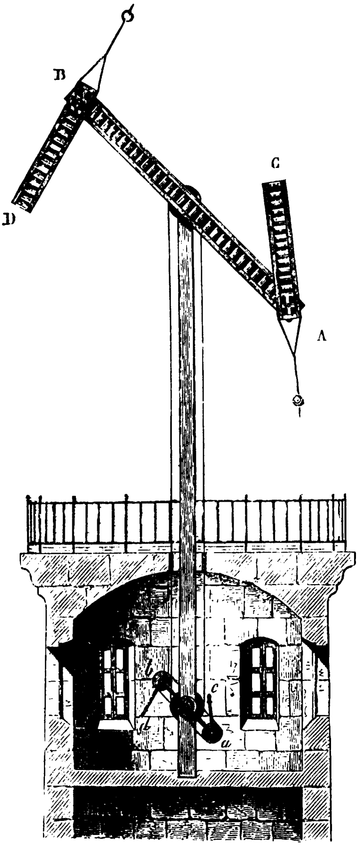
(7)

(?)		(?)
	dix Peaux-Rouges	
(?)		(?)

(8)

77

l'aristocratie en péril



Pouvez-vous déchiffrer le télégramme suivant :

« AME-DAM, QUIA-MERS,
POTIN-RIDE, TER-OU,
TACHE-AU, OU-RE, CHÂLE-CE,
BÉE-RIS, ARRÊT-CHÉRI,
VIL-ÉGAL, FART-NUES,
RATION-ÉPAR, TOUT-NIAIS,
GRÉ-VA, NOYÉ-VER,
RUSSE-OC, CE-GRENU. »

78

écrivains clandestins

Trouver les auteurs (en haut) et les titres des livres ainsi camouflés.

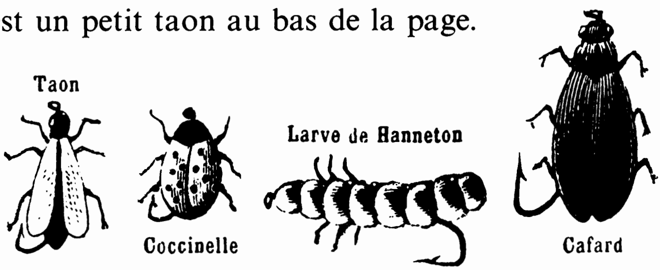
R. OMÉLIE LA RAVE	CARINE LA LIE DES PURS	RENÉ LICOL COMÉDIEN	NINA FALOTE CE SONT...
VI GROUCHOT LE MARI D'ORMONE	LINE TAMAR LE CHANT DU GAUNE	OTAR LEVI GROS MEC AMI	MAUD BIR ILLUSIONS : LE MITAN
VERA NILE LE SIÈGE	AUDE BARIEL PETITES POMPES EN ROSE	BECHIR ASAUMA SOIR MÊME	DAN GREGOSE LEVANTINE

79

mélanges zoologiques

Les phrases qui suivent sont bizarres. Et, en effet, elles dérivent de phrases normales dans chacune desquelles un mot, et un seul, a subi une modification — toujours du même type.
Pouvez-vous retrouver les phrases normales?

Comme beaucoup de solitaires j'aime les niches.
Cet orgueilleux voudrait être loin.
Daim est un mot anglais.
Quelle merveille! C'est un beau serpent.
On le reconnaît à la poule qu'il a sur le front.
Votre chemise arnica est trop voyante.
Faute d'instruments adéquats, je ne peux mesurer cette raie.
Sa bonne grosse limace lui fut souvent utile.
C'est un petit taon au bas de la page.



80

le rôti en pot

Dites-moi en quel pot
laid ou beau
et de quelle matière,
fut cuit en vosgienne manière
« ce rôt du veau très dur ».

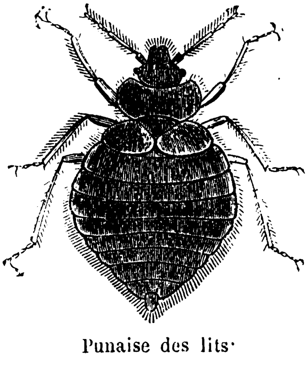
81

aphorisme galant

Vous le verrez apparaître en plaçant sous chaque mot du premier paragraphe le mot du deuxième paragraphe qui a une correspondance avec lui.

journal, robe, levant, adverbe, miel, or, rivière, apostrophe, solitaire, hémiptère.

agréable, est, punaise, plus, lit, qu', femme, une, au, une.



Punaise des lits.

82

la jeune fille de nacre et le roué psychiatre

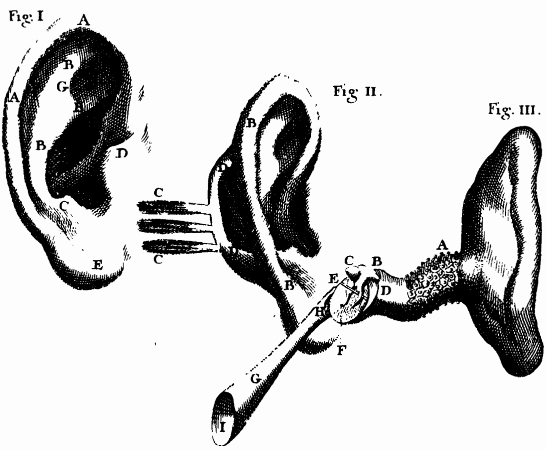
Une jeune fille un peu exaltée répète sans arrêt la phrase suivante :

— Petit homme invisible lèche énergiquement mes oreilles nacrées.

Inquiets, ses parents la conduisent chez un psychiatre. Celui-ci entend la phrase et rassure les parents.

— Votre fille répète cette phrase parce qu'elle contient le prénom de son fiancé, qu'elle n'ose par pudeur prononcer sans cesse.

Comment s'appelait l'homme aimé de cette pudique demoiselle ?



83

le rendez-vous des pieux gangsters

Paulo la gamberge, gangster chevronné, reçoit le message suivant de son chef : « *Rendez-vous à midi demain, sept hommes, ou seul Sirop mardi, avec Étienne.* » Paulo comprend bien qu'il a rendez-vous avec son chef demain à midi et qu'il doit amener sept hommes de main. S'il ne peut réunir cet effectif, il devra lui envoyer mardi prochain le seul môme Sirop, accompagné d'Étienne. Mais quel est le lieu de rendez-vous? Après avoir lu et relu ce message, Paulo, qui mérite bien son surnom, y trouve l'indication de l'endroit cherché. Quel est-il?

84

intrigue dans la limonade

La caissière d'un restaurant éprouve un tendre sentiment pour le chef cuisinier. Mais, craignant la jalousie de son patron, elle n'ose aborder l'élu de son cœur. Faisant confiance à son intelligence, elle lui adresse le message chiffré suivant : « *Col dur, bretelles plastique, toque rouge, écharpe, gants modes.* »
Il répond : « *Tamiser cacao attentivement, vider méticuleusement tamis, car faire bonne marmite exige sempiternellement moult soins opératoires.* »
Pouvez-vous déchiffrer ces messages ?

85

le gros Luc

Le gros Luc courtise une très jolie femme, mais elle lui dit :

— Vous êtes vilain, gros comme un tonneau. Pour m'intéresser, au moins faut-il que vous soyez intelligent, riche et généreux. Apportez-moi ce qui est demandé dans ce message, et je serai à vous.

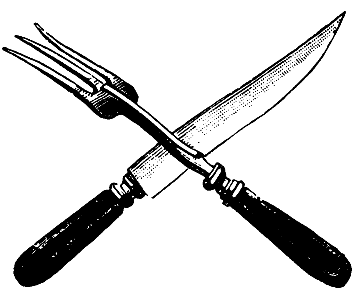
Et elle lui tend une feuille sur laquelle est écrit : « *Luc, eh, jouez! Baril, nagez! Boum! Ours ubuesque!* »

Le gros Luc était intelligent, riche et généreux. Qu'apporta-t-il à la femme convoitée?

86

la gargote orthodoxe

Boris Popov, gérant de la « Gargote orthodoxe », reçoit le télégramme suivant, dans lequel quatre lettres d'un mot sont illisibles : « *Inviter popes affamés gargote orthodoxe* (*. . g . . , abats, marmite voïvode*). »
Ayant remarqué que tous les mots du télégramme présentent une même particularité, il tente de reconstituer le mot incomplet. Trouvant deux solutions, il décide d'adopter la plus avantageuse. Or un gros arrivage de chevreuils vient d'avoir lieu chez un commerçant voisin, et les prix sont intéressants.
Comment Boris traduira-t-il le mot incomplet ?



87

salut clandestin

Trouver le mot dissimulé dans cette phrase : « *Bonhomme, modeste, pondéré, Benjamin fricote toujours magistralement.* »

88

le gang du boiteux

Un gang de trafiquants de drogue, commandé par un boiteux, a été doublé par un gang rival. Le chef de celui-ci, inquiet de la réaction violente du boiteux, adresse un message à son propre lieutenant : « *Vendre le café du lot.* »
Pouvez-vous déchiffrer ce message?

89

les alligators bisontins au couvent

Des deux textes qui suivent, d'une façon simple, vous pouvez extraire un proverbe très connu.
Quel est-il?

1. *Les alligators irrités nagent férocement. Ils progressent souvent en organisations nombreuses.*
2. *Habitant Besançon, tu es anthropophage. Tu as localement mauvaise influence, évidemment.*

90

premier est treize

En choisissant les mots de la phrase suivante selon une certaine règle, et dans un ordre croissant, écrire un proverbe très connu : « *Il n'y faut à chacun que de paraître toujours le tout premier et de ne pas craindre qui combattrait contre lui coûte que coûte.* »

Première Leçon.

91

le tsar impatient et le postier chinois

Voici deux contes :

Un petit homme camus, sans nom, vêtu de toile de sac, chantait une sonate en ut. Le temps était sec. Le tsar au profil de star passa dans son cab, au retour d'un léger repas nu. Il cria stop à son cocher et lui dit de relever le rideau. « Je vais sévir contre ce fol! Mets-le en slip, plonge-le dans un tub avec du sel! J'en ai ras le bol de ce lapon et de son air. » Le petit homme ne prisa pas cet air hautain. Il vit qu'il n'avait pas trop la cote, jugea prudent de se casser. « Moi qui suis un as, si j'avais su, je n'aurais pas chanté pour ce snob. Quel four! »

Nu à l'ombre du sumac, j'examinais mon cas. Je ne m'affolais pas. « Tu vas suivre ces ⊗⊗⊗⊗ (nos guides habituels) jusqu'au bac pour router quelques documents. » Malheureusement le regel vint saper la route tout un li. Avec Lou, sans pots de beurre, nos estomacs vides, je puis te le révéler, nous atteignîmes aux rives du fleuve, vînmes au lof. Je pris soin de ne pas mouiller mes plis, toujours nu, sans but, les pieds

91

meurtris, ne progressant que par lob au-dessus des crocodiles, mangeant du ⊗⊗⊗⊗⊗ comme nos ancêtres, de ria en ria, li après li, jusqu'au port dominé par l'⊗⊗⊗⊗, moi, mandarin ès lettres, évitant le ressac, désespérément nu; Lou, sa robe relevée, contrairement aux us (aux bons). Atteignant enfin le bateau, nous nous écroulâmes sur le rouf.

Trouver les mots manquants du deuxième conte, au moyen de certains des mots du premier.

92

le navet fractionnaire

Une loi à trouver permet de remplacer les mots ci-dessous par des fractions.
Pouvez-vous compléter le mot de l'équation (6)?

(1) navet + tronc = poème
(2) août − banane = trop
(3) oiseau × adieu = loi
(4) chant : arabe = coq
(5) $\sqrt{\text{caparaçon}}$ = âne
(6) $(\text{citrouille})^2 = \text{zigzag} \times \text{v} \otimes \otimes \text{e}$

93

problème de dames

Est-il possible de placer huit dames sur un échiquier —plus généralement *n* dames sur un échiquier de n^2 cases — de telle façon qu'aucune d'elles ne soit en prise?

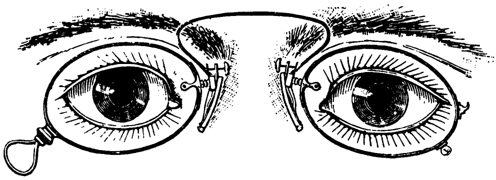
Pouvez-vous donner la ou les solutions précises dans le cas de quatre dames sur un échiquier de seize cases?

Ce problème était très populaire parmi les joueurs d'échecs dans la seconde moitié du XIXe siècle. Édouard Lucas en a donné une solution dans ses célèbres *Récréations mathématiques* parues en 1881. W. R. Ball en signale une autre dans ses *Problèmes des temps anciens*, qui aurait été fournie par le Dr Günther en 1874. Des solutions antérieures, mais inconnues de nous, ont été données en 1850 par Nauk et par Gauss.

94

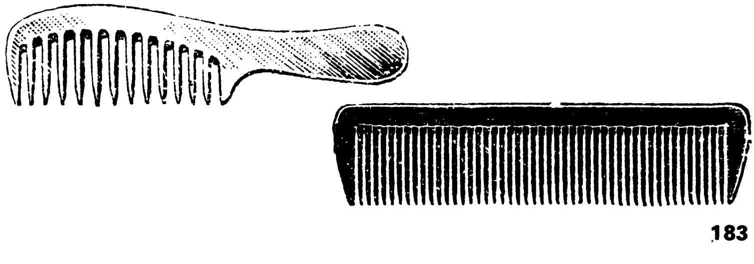
mariages insulaires

Hélène, Nicole, Monique, Jean, Pierre et René ont été jetés sur une île déserte. La rareté des distractions explique — sans l'excuser! — que chacune des trois femmes connaisse chacun des trois hommes. De ces unions naissent trois fils et trois filles.
Les enfants, élevés en commun, ne savent pas qui est leur père, ni qui est leur mère. Lorsqu'ils arrivent à l'âge adulte, ils veulent se marier, en évitant bien entendu les unions incestueuses, frère avec sœur, ou demi-frère avec demi-sœur. Mais leurs parents sont morts et, pour trouver leurs liens de parenté, ils ne disposent que des règles génétiques suivantes :
Deux parents aux yeux bleus ne peuvent pas avoir d'enfants aux yeux noirs, et deux parents blonds ne peuvent pas avoir d'enfants aux cheveux noirs. La première de ces règles est confirmée par la plupart des généticiens, la seconde est sûrement fausse, comme beaucoup d'entre vous pourront s'en convaincre en regardant leurs enfants, mais les naufragés croyaient de bonne foi en l'une et en l'autre.
Les jeunes gens se rappellent qu'Hélène était noire



94

(c'est-à-dire cheveux noirs) aux yeux bleus, Nicole blonde aux yeux bleus, Monique blonde aux yeux noirs, Jean noir aux yeux bleus, René blond aux yeux bleus, et Pierre blond aux yeux noirs.
Un des garçons est noir aux yeux noirs, un autre noir aux yeux bleus, le troisième blond aux yeux noirs. L'une des filles est noire aux yeux noirs, la seconde blonde aux yeux noirs, la troisième blonde aux yeux bleus.
Les jeunes gens comprennent aussitôt qu'une des filles ne pourra se marier. Désolés, ils réfléchissent et se rappellent alors certaines confidences de leurs parents. Chaque femme a eu un fils et une fille, il n'y a parmi eux que des demi-frères et des demi-sœurs, René a eu deux enfants, deux filles.
Quels sont les mariages possibles?



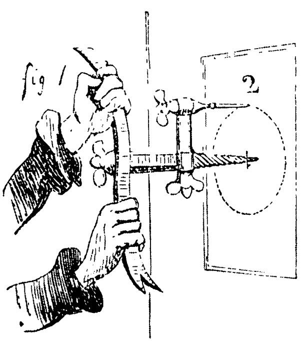
95

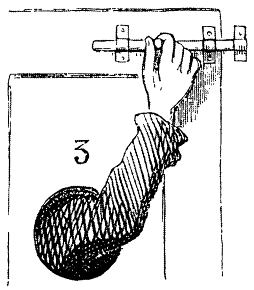
relativité nautique

Chaque samedi matin, John rame sur la Tamise : parti de l'embarcadère A, il rame vers l'embarcadère B, en amont de A, puis de B revient en A. Comme John est un sportif, il rame, par rapport à l'eau, deux fois plus vite de A vers B que de B vers A.
L'autre matin, ramant de A vers B, John rencontre une bouteille flottant sur l'eau. Sans y prêter attention il poursuit sa course, mais il se demande ensuite ce qu'il peut bien y avoir dans cette bouteille, si bien que, 30 minutes après l'avoir rencontrée, il cesse de ramer et s'abandonne au courant pendant 18 minutes, puis rame vers l'aval, vers la bouteille. Mais, trouvant sa curiosité puérile, il reprend sa course vers l'amont. Au bout de 14 minutes, il rame de nouveau à la poursuite de la bouteille. Cette fois encore, il a honte de sa puérilité et il repart vers l'amont. Enfin, au bout de 10 minutes, il n'y tient plus et rame vers l'aval bien décidé à repêcher la bouteille : il la retrouve en effet à 3 kilomètres de l'endroit où il l'avait d'abord rencontrée. De cette aventure nautique, John déduit la vitesse du courant. Quelle est-elle?

les mots clefs

Un *mot clef* est un mot composé généralement d'autant de lettres, toutes différentes, qu'il y a de chiffres.
Sous les lettres du mot, de gauche à droite, on écrit les chiffres en commençant par 1 et en croissant, mais finissant par zéro.
En remplaçant les chiffres par les lettres placées au-dessus d'eux, on peut écrire les nombres au moyen de lettres, et faire n'importe quel calcul sous cette nouvelle forme.
Tous les mots clefs employés dans ce livre sont des mots français, définis comme précédemment (verbes à l'infinitif, mots au singulier, adjectifs au masculin).





96

récusation

Trouver le mot (?) et les signes mathématiques (!) manquants.

OIE (!) TRI = EAU
RAT (!) SOI = TAS
OR (!) EN = RIEN
RAI (!) RU = (?)

97

le facteur thym

Quel est le mot clef de dix lettres différentes qui entraîne l'égalité :

$$THYM \times ON = 583\,380$$

98

cherchez la troisième

On donne le mot clef RÉCUSATION
et $53\ X^3 + 67\ X^2 + 98\ X + 16$
Trouver le mot manquant de la série :
ECU – COR – USE – (?) –

99

la conspiration de “Novembre jaune”

Dans un souci de discrétion, les révolutionnaires du groupe « Novembre jaune » ont décidé de chiffrer — ou plus exactement de « lettrer » — tous les nombres concernant leurs effectifs ou leurs armements au moyen de mots clefs.

Le chef de l’exécutif dispose du mot clef MITRE.

(1) Comment écrit-il les nombres exprimant ses besoins qui sont de 72 hommes et de 648 fusils?

Autrement dit, comment « lettrera-t-il » le message : « *Envoyez-moi 72 hommes et 648 fusils.* »?

(2) Le chef suprême répond : « *D’accord je vous envoie LE hommes et LEE fusils.* »

Et le compte y est bien.

Sachant que le mot clef du chef suprême contient celui du chef de l’exécutif et commence par la même lettre, quel est ce mot clef?

100

l'équation du rein

Un mot clef de dix lettres toutes différentes, se terminant par N ayant permis la transposition chiffres-lettres, on a l'équation :

$$x^2 - \mathrm{TE}x + \mathrm{REIN} = 0$$

Sachant que les racines de cette équation, exprimées l'une en chiffres, l'autre en lettres, sont 32 et UN, quel est le mot clef? Quelle est la valeur de G?

101

alpiniste et orientaliste

RAT, ARE et DA, chiffrés par un mot clef sont respectivement égaux à OIE, ION, et CI, chiffrés par un autre mot clef. Sachant qu'ils ont cinq lettres, quels sont ces mots clefs? (mots français).

102

boissons classiques

En vain, dans un étau, cherchez 130.

103

les demoiselles énigmatiques

Clotaire Clou se trouvait à la terrasse de la Rhumerie avec son cousin Clodomir et trois de ses amis : Martin, un garçon lourdement charpenté, Thomas, un ivrogne invétéré, et Carbone, un Corse aux yeux de velours.

Ils avisèrent cinq ravissantes filles à une table voisine et, après s'être courtoisement présentés, ils s'assirent auprès d'elles. Les jeunes filles leur firent bon accueil. Lorsqu'elles se préparèrent à partir, ils leur demandèrent comment ils pourraient les revoir.

La première donna à Clotaire un papier sur lequel était écrit : « *Gisèle Duroc* 3520100. »

La seconde dit à Clodomir :

— Monique Labbé, 7110020.

La troisième dit à Thomas :

— Je m'appelle Nicole Dix, dix comme le numéro de ma maison du square.

— Quel square? demanda Thomas.

— Regardez votre nez dans la glace.

La quatrième dit à Martin :

— Je serai mardi à midi dans un café dont l'enseigne

103

a un rapport étroit avec votre nom et votre allure pataude. Les deux mots principaux de cette enseigne vous indiquent le carrefour où elle est placée.

La cinquième dit à Carbone :

— Mercredi à six heures je me promènerai devant ma porte, rue de Vaugirard.

— A quel numéro?

— Votre nom l'indique suffisamment.

Et elles partirent en riant.

Les cinq amis se trouvèrent fort embarrassés. Clotaire, pourtant se leva bientôt.

— Elle m'a donné son numéro de téléphone. Je vais l'essayer tout de suite.

Il forma sur le cadran le numéro 352 01 00, écouta et entendit un disque répéter inlassablement : « Le numéro que vous demandez n'est pas attribué. »

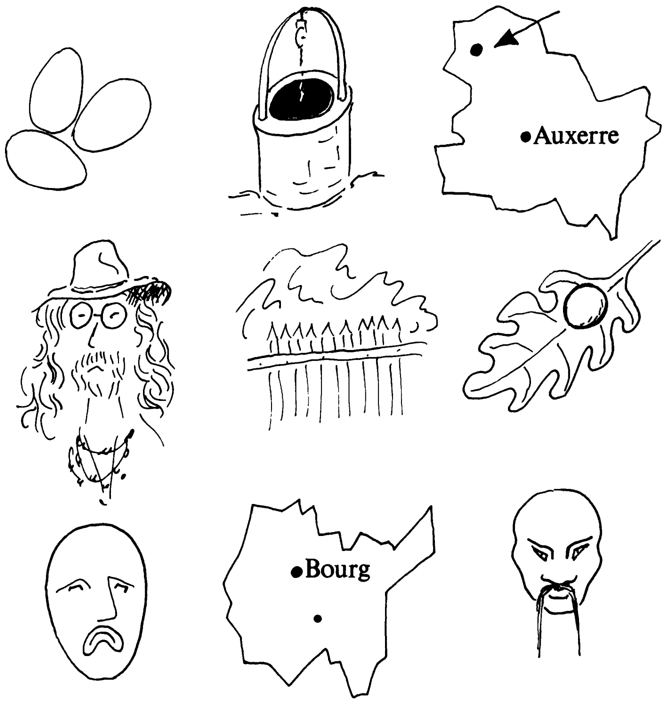
Clodomir ne fut pas plus heureux.

Les jeunes gens réfléchirent. Et leurs efforts furent récompensés car, la semaine suivante, ils avaient retrouvé les énigmatiques demoiselles grâce aux seules indications qu'elles leur avaient fournies.

104

les princes de l'algèbre

Nous proposons à nos lecteurs mathématiciens le rébus suivant, dans lequel ils trouveront exprimée l'une des plus belles formules de l'algèbre.



105

le rendez-vous de Saint-Eustache

M. Durand a donné rendez-vous dans l'église Saint-Eustache à sa femme qui, naturellement, est en retard. Comme il fait froid, M. Durand, pour se réchauffer, se met à faire le tour de la galerie rectangulaire qui entoure la nef et le chœur, et sur laquelle ouvre la porte de l'église.
M^{me} Durand arrive avec un retard imprévisible, et elle se met elle aussi à tourner dans la galerie, dans le même sens que son mari et à la même vitesse.
Quelle est la probabilité pour que les deux époux tournent indéfiniment dans l'église sans jamais s'apercevoir?
(La longueur de la galerie est deux fois sa largeur.)

106

les chiffres perdus

Dans la série suivante, trouver, sans faire de calculs, les deux chiffres manquants ⊗ :

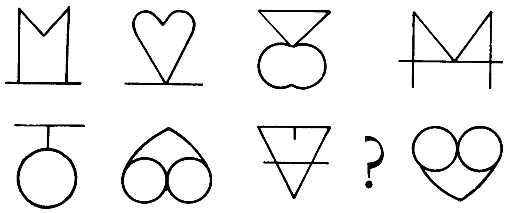
1, 2, 6, 24, 120, 720, 5 040, 40 320, 362 880, 3 628 800, 39 916 800, 479 001 600, 6 227 020 800, 87 178 291 200, 1 307 674 368 000, 20 922 789 8 ⊗ 8 000, 355 687 428 ⊗ 96 000.

107

séries simples

Trouver le terme manquant (?) des deux séries suivantes :

(1)



(2)

108

scandale au club des Six

Les produits de deux facteurs suivants obéissent à une loi, à l'exception de l'un d'eux. Lequel, et pourquoi?

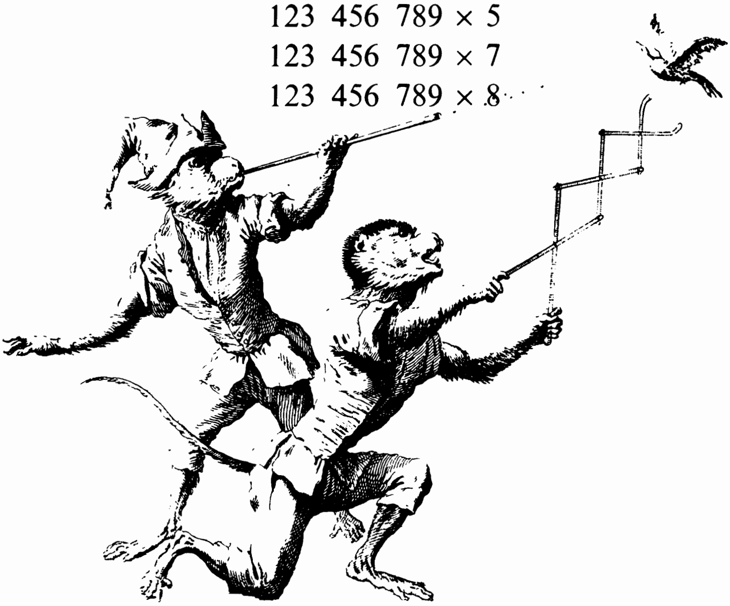
1×6, 2×6, 3×6, 5×6, 7×6, 10×6, 12×6, 17×6, ... , $16\,522 \times 6$, $16\,523 \times 6$, ... , $166\,666\,668\,275 \times 6$, ... , $60\,958\,037\,939\,144 \times 6$.

109

un nombre phénix

L'un des produits ci-dessous n'a pas sa place dans la série. Lequel et pourquoi?

$$
\begin{array}{l}
123\ 456\ 789 \times 2 \\
123\ 456\ 789 \times 3 \\
123\ 456\ 789 \times 4 \\
123\ 456\ 789 \times 5 \\
123\ 456\ 789 \times 7 \\
123\ 456\ 789 \times 8
\end{array}
$$



le grand théorème de Fermat

Si grand était le génie de Fermat qu'après plus de trois siècles ses travaux dominent encore la théorie des nombres; une aussi éminente longévité est probablement un fait unique dans l'histoire de la science.

Fermat ne donnait pas la démonstration complète des propriétés qu'il avait découvertes, se contentant d'indiquer la méthode qu'il avait suivie. Il ne fit exception à cette règle que deux fois : la première lorsqu'il donna une formule des nombres premiers qui était fausse, comme nous l'avons dit précédemment, mais dont il précisait qu'il ne l'avait pas démontrée. Et une seconde fois lorsqu'il énonça ce que l'on a appelé « le grand théorème de Fermat ».

« $x^n + y^n = z^n$ n'est possible en nombres entiers que pour $n = 2$. »

Fermat ne nous a laissé aucune indication sur sa démonstration, sinon la phrase suivante : « J'ai découvert de ce théorème une démonstration véritablement merveilleuse, que cette marge est trop étroite pour contenir. »

Il n'y a aucune raison de mettre en doute la parole de Fermat qui ne nous a jamais trompés. Aucun essai n'a d'ailleurs pu mettre sa proposition en défaut. C'est pourquoi, depuis le XVII^e siècle, il n'est guère de mathématicien, grand ou petit, qui n'ait tenté la fameuse démonstration.

Aucun résultat complet n'a encore pu être obtenu.
Divers prix ont été fondés pour récompenser le mathématicien qui réussirait dans cette grande tentative. En particulier un prix de 100 000 marks, institué en 1908 par le docteur Wolfskehl, et qui ne deviendra caduc qu'en 2007.

110

Clovis Clou retrouvé dans un grenier

Dieu merci! Clovis est retrouvé. Il était depuis trois jours enfermé dans le grenier du Club des nombres premiers. Je l'y ai découvert sous un monceau d'archives, poussiéreux mais heureux.

— Voyez ce que j'ai déniché, me dit-il. Une lettre de Fermat au Père de Mersenne, datée du 7 avril 1643... Vous savez, je l'espère, qui sont ces personnages...

— Évidemment. Fermat est l'un des plus illustres mathématiciens de tous les temps. Sans être de la même force, le Père de Mersenne avait acquis une certaine notoriété.

— Une certaine notoriété! Je souhaiterais, mon ami, que vous possédassiez le centième de son intelligence... Moi-même, je ne suis pas sûr d'en avoir la moitié!

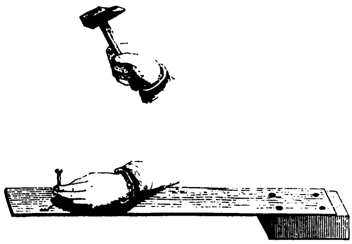
— Si je comprends bien, dis-je, vous vous jugez cinquante fois plus intelligent que moi.

— Approximativement, fit Clovis.

Je préférai ne pas insister.

— Voyons cette lettre.

Clovis me tendit un feuillet jauni. Il se terminait

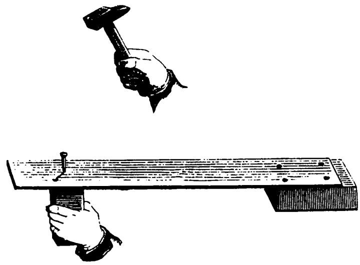


110

par la grande signature de Fermat et était rédigé ainsi :
« Vous me demandez si le nombre 100 895 598 169 est premier ou non, et une méthode pour le découvrir en un jour. A cette question, je réponds que ce nombre est composé et se fait du produit de ces deux nombres : ...... et ......, qui sont premiers. A l'aide d'une méthode personnelle, j'ai ramené la question de savoir si le nombre était premier ou non à la résolution en nombres entiers de l'équation :

$$100\,x^2 + 224\,x + 326\,901\,738\,193 = y^2.$$

— J'ai trouvé une méthode plus simple que celle de Fermat, dit Clovis d'un air triomphant.
— Vraiment ?
Clovis Clou passa sur ses lèvres une langue gourmande.
— Lorsque j'extrais la racine carrée de 807 164 785 352 en m'arrêtant au chiffre des unités, je trouve 898 423.
— Et alors ?



110

— Et alors? Ça ne vous suffit pas? demanda Clovis d'un air méprisant.

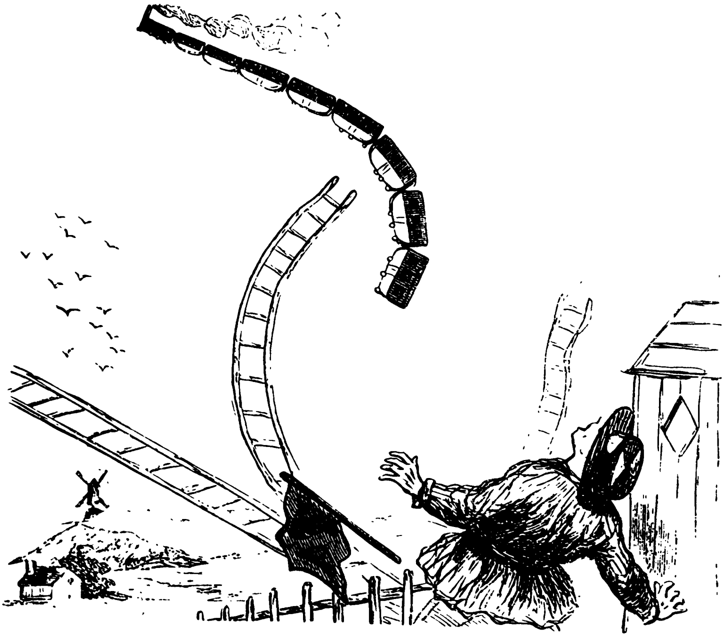
Pouvez-vous, au moyen de ces indications, trouver les deux nombres que nous avons remplacés par des points dans la lettre de Fermat?

111

la fille du garde-barrière

Voici vingt affirmations. Vous écrirez 1 à la droite de toutes celles qui sont vraies.

(1) La suite des nombres premiers est illimitée.
(2) L'atome d'hélium compte quatre neutrons.
(3) Le dard de l'abeille mâle est plus long que celui de la femelle.
(4) Le diamant est un silicone.
(5) Il est possible de trouver une série de un milliard de nombres entiers successifs ne comprenant aucun nombre premier.
(6) Le côté de l'hexagone régulier est égal au rayon du cercle circonscrit.
(7) Le sinus de 160° est 1,234...
(8) La masse d'un corps augmente avec sa vitesse.
(9) Le plutonium est un poison.
(10) Le mille-pattes a environ mille pattes.
(11) Les trois médianes d'un triangle concourent au centre du cercle inscrit.
(12) Il existe des palmiers mâles et des palmiers femelles.



(13) Les nombres négatifs ont des logarithmes négatifs.
(14) Le cercle est une conique.
(15) L'arsenic est un métal.
(16) Le photon est le plus léger des atomes.
(17) Les cellules humaines contiennent 45 chromosomes.
(18) Les élytres sont des ailes.
(19) Moïse était le petit-fils d'Abraham.
(20) La fille du garde-barrière de Pinterville est rousse.

Écrivant à la suite tous les 1 ainsi obtenus vous aurez un nombre qui divisé par un carré, si vous lui ôtez 1, donne un autre nombre dont vous ne pourrez contester le caractère remarquable.
Oui ou non, la fille du garde-barrière est-elle rousse?

solutions

1. Les trois erreurs de Clotaire

Un nombre de quatre chiffres divisible par 101 peut s'écrire : $101 \times (ab) = 100 \times (ab) + (ab) = (ab00) + (ab) = (abab)$.
Si le produit des deux derniers chiffres, $a \times b$, est égal à 25, alors $a = 5$, $b = 5$, la somme due par Clovis est 5 555 francs.

Première question. Clotaire s'est trompé, mais il a des excuses car on raconte que le mathématicien d'Alembert aurait, en 1754, fait la même faute. En réalité, il y a quatre possibilités :

Premier coup	*Deuxième coup*
F	F
F	P
P	F
P	P

Sur ces quatre possibilités, trois sont favorables. Donc la probabilité cherchée est de 3/4.

Deuxième question. Clotaire s'est encore trompé. Le tableau suivant montre qu'il y a huit cas possibles dont deux favorables. La probabilité cherchée est donc de 1/4.

1^re^ pièce	F	F	F	F	P	P	P	P
2^e^ pièce	F	F	P	P	F	F	P	P
3^e^ pièce	F	P	F	P	F	P	F	P
	1	2	3	4	5	6	7	8

Le raisonnement de Clotaire semblait pourtant judicieux. Mais, en étudiant le tableau, vous constaterez que, lorsque deux pièces tombent sur un même côté, il y a plus de chances pour que la troisième tombe sur le côté opposé que sur le même côté. N'est-ce pas surprenant?

Troisième question. La face rouge visible peut être la face A de la carte rouge-rouge, la face **B** de cette même carte ou la face rouge de la carte rouge-blanc. Dans deux de ces trois cas, la face cachée est rouge. La probabilité cherchée est donc de 2/3.

Écrivons sur trois lignes les combinaisons possibles de deux jetons, les probabilités de chacune des combinaisons et la probabilité de tirer un jeton noir, pour chacune de ces combinaisons également :

NN	NB	BN	BB
1/4	1/4	1/4	1/4
1	1/2	1/2	0

La probabilité générale de tirer un jeton noir du sac est donc :

$$1/4 \times 1 + 1/4 \times 1/2 + 1/4 \times 1/2 + 1/4 \times 0 = 1/2.$$

De même la probabilité de tirer un jeton blanc est 1/2.
Puisqu'il y a rigoureusement autant de chances de tirer du sac un jeton noir qu'un jeton blanc, c'est donc qu'il contient un jeton noir et un jeton blanc.
(La proposition erronée est la dernière.)

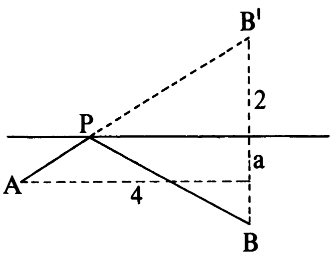
2. La coupe de France de rugby

A chaque partie, une équipe et une seule est éliminée. Pour arriver au gagnant de la coupe, il faudra éliminer 160 équipes, donc faire jouer 160 parties.

3. Le chauffeur économe

Soit B′ le symétrique de B par rapport à la rivière et P le point où le camion aborde la rivière entre A et B. APB = APB′. Le plus court trajet de APB′ est celui où A, P et B′ sont en ligne droite. D'où la détermination d'un point P optimum.

$$\mathrm{APB} = \mathrm{APB'} = \sqrt{\overline{\mathrm{A}a}^2 + \overline{a\mathrm{B}'}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ km}$$



De même les trajets minima (B rivière C), et (C rivière D), sont 10 km et 15 km.
L'itinéraire du chauffeur intelligent sera donc long de :

$$(5 + 10 + 15) \text{ km} = 30 \text{ km}.$$

4. La pêche miraculeuse

$153 = 1 + 2 + 3 + \cdots\cdots\cdots + 17.$
153 était le nombre des espèces de poissons connues au début de notre ère.

5. Pour écrire le nom d'une étoile

Vous pouvez sans aucun tâtonnement trouver que

$1! + 4! + 5! = 145$ est l'unique solution.

Vous montrerez d'abord que le plus grand des chiffres a, b, c est 5, puis que $a = 1$, que c est impair et différent de 3, etc.
$a + b + c = 10$, numéro de Louis X le Hutin.
Mutin fait penser à la mer Noire (les mutins de la mer Noire), qui baigne les côtes septentrionales de la Turquie. La capitale de la Turquie est Ankara. Vous trouverez dans ce nom ara et kanar. L'anagramme de canard est cadran. Cadran évoque le soleil (cadran solaire).

6. Clovis Clou déjeune à l'étranger

L'Europe n'étant guère structurée avant l'an 1000, la date du traité est postérieure à cette date, et l'on peut écrire $(1abc) \times 4 = (defg)$, les petites lettres étant des chiffres différents, de 1 à 9 — sauf 1 et 4 — $(defg)$ étant divisible par 4, g ne peut être que 2, 6 ou 8.

Supposons $g = 2$. Alors $c = 3$ ou $c = 8$.

Supposons $c = 3$.

$$(1ab3) \times 4 = (def2)$$
$$4b + 1 = f + 10 \times n$$

b ne peut être que 6, 7, 9.

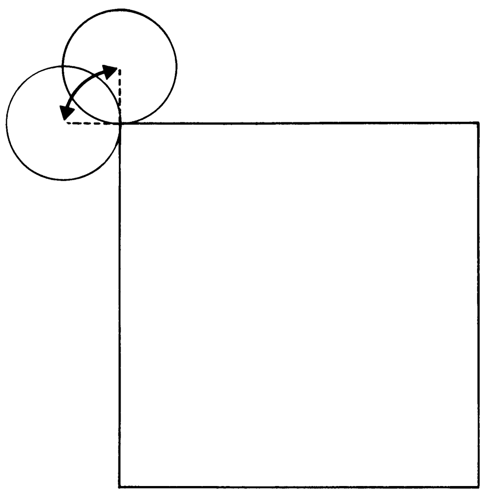
Supposons $b = 6$. Alors $f = 5$.

$$(1a63) \times 4 = (de52)$$

On verra que a ne peut être que 9, ce qui conduit à la solution : $1\,963 \times 4 = 7\,852$.
On trouvera facilement, avec un peu de patience, que la seule autre solution est : $1\,738 \times 4 = 6\,952$.
Il n'y a pas eu d'important traité signé par la France dans une ville étrangère en 1963. Par contre, 1738 est la date du traité de Vienne.
Clovis Clou se trouve donc à Vienne et l'addition est libellée en schillings.

7. Problèmes en rond

(1) Le bloc de pierre se sera déplacé de 2 mètres. Il aura roulé de 1 mètre sur les rouleaux et, pendant leur rotation, ceux-ci auront avancé de 1 mètre sur le sol.
(2) Le cerceau aura fait 5 tours. Il aura roulé 4 mètres sur les côtés du carré et, de plus, à chaque sommet, il aura tourné d'un quart de tour.



(3) Le cerceau aura fait $(p + 1)$ tours : il aura roulé de p mètres sur les côtés du polygone et, aux sommets successifs, il aura tourné d'angles dont la somme est 2π [la somme des angles intérieurs d'un polygone convexe de n côtés étant $(n - 2)\pi$].

8. Clovis Clou contre Gaëtan Dupont

(1) Énigme : $25 + 2 = 27$
$(5^2 + 2 = 3^3)$.

D'après l'illustre mathématicien Fermat, il n'y aurait, dans la suite infinie des nombres entiers, que 5 d'entre eux dont le carré augmenté de 2 soit un cube.

(2) Traduction de l'inscription. On trouve des rimes à la fin des lignes, ce qui donne à penser que l'on a affaire à un procédé de substitution, une lettre du texte chiffré correspondant toujours à la même lettre du texte clair. On doit essayer le procédé de substitution le plus simple, celui des alphabets décalés. C étant la lettre la plus fréquente du texte chiffré doit correspondre à E, le décalage est donc de 2.

ACRRCOSCQRGMLKGLYZJC
BDSSDPTDRSHNMLHMZAKD
CETTEQUESTIONMINABLE, etc.

Cette question minable
indigne d'un savant respectable
tu la devrais glisser dans le cartable
de certaine nièce adorable.
Elle est de son âge et du tien qui retombe en enfance
Je te dirai pourtant par pure condescendance.

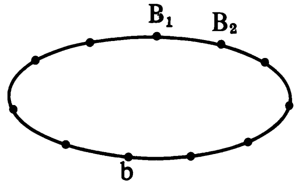
Ici, le décalage passe à 3 :

Le carré est de cinq et le cube est de trois.

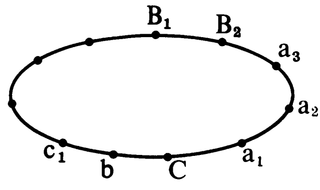
Ce procédé des alphabets décalés (décalage de 4) était utilisé par Jules César au cours de ses campagnes. On conviendra que les secrets militaires de ce grand empereur étaient mal gardés.

9. L'auberge des trois cultes

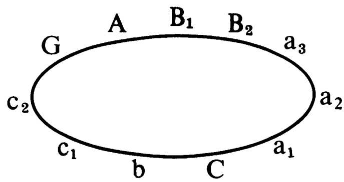
On peut tout de suite placer M. (B_1), M^me (B_2) et M^lle Balaquet (*b*).



L'un des voisins de (*b*) est un Tibétain (c_1). Ce ne peut être en effet ni l'abbé (G), ni Ali (A), qui ne boit pas de vin. Ce Tibétain ne peut être qu'à la gauche de (*b*), car s'il était à sa droite, il ne serait pas possible de placer les trois femmes d'Ali (a_1, a_2, a_3). En conséquence, M^me Chen (C) est à la droite de (*b*) et l'on a la configuration suivante :



Ali (A) ne se trouvant pas à côté d'un Tibétain, la disposition est finalement :



10. Duel mexicain

Il est bien évident que Fernandez a intérêt à manquer son adversaire. Cet adversaire, en effet, tirera sur le troisième homme — puisqu'il n'a plus rien à craindre de Fernandez; s'il le tue, Fernandez est sauvé; s'il le manque, ce troisième homme aura le choix entre deux cibles. Si au contraire Fernandez avait tué son adversaire, le troisième homme n'aurait pu tirer que sur lui, Fernandez.
Fernandez manquera donc délibérément sa cible (supposons que ce soit Perez). Perez tirera sur Ramirez. Pour que Fernandez soit tué il faut :

(1) que Perez manque Ramirez : probabilité $\frac{1}{2}$; (2) que Ramirez choisisse de tirer sur Fernandez : probabilité $\frac{1}{2}$ (à ce stade, il est indifférent pour Ramirez de tirer sur l'un ou l'autre de ses adversaires); (3) que Ramirez atteigne sa cible : probabilité $\frac{1}{2}$.
La probabilité de mort de Fernandez est donc $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.
(On calculera facilement que si Fernandez avait cherché à atteindre son adversaire, sa probabilité de mort serait $\frac{5}{16}$, donc 2,5 fois plus grande.)
Le fait de tirer le premier est un avantage. Nous venons de voir que le risque de ce premier tireur, Fernandez, était $\frac{1}{8}$.
(Nous admettons toujours que chacun des tireurs se com-

porte intelligemment.) Le risque de Perez est également $\frac{1}{8}$ (probabilité $\frac{1}{2}$ de manquer Ramirez × probabilité $\frac{1}{2}$ d'être choisi pour cible par Ramirez × probabilité $\frac{1}{2}$ de coup au but par Ramirez). Mais le risque de Ramirez est $\frac{1}{2}$. Par conséquent, de l'un des deux hommes qui ne tire pas le premier, on ne peut savoir a priori lequel court un risque beaucoup plus grand que le premier tireur.

11. Gare à l'arbitre

Puisque Petitdemange a marqué plus de buts que Grosmougin, qui en a deux à son actif, son score est au moins de trois.
Lafrimbolle a marqué cinq buts au moins. Comme le nombre total de buts n'est pas supérieur à dix, et qu'il n'y a pas match nul, Lafrimbolle a gagné.
Bidache a marqué trois buts au moins, et, son score étant pair, il ne peut être que de quatre.
Donc Lafrimbolle a battu Bidache par cinq buts à quatre.

12. Histoires de voleurs (1) : Question mandarine

Le fait que les voleurs diminuent leur part d'une pièce (6 au lieu de 7) rend 13 pièces disponibles (5 + 8). Les voleurs étaient donc treize.

13. Histoires de voleurs (2) : Révolte chez les V.F.H.

Soit n le nombre de V.F.H. et N celui des appareils volés. Dans la première répartition :

$$N = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Dans la seconde répartition : $N = 5n$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 5n \qquad \text{d'où} \qquad n(n-9) = 0$$

$$n = 9 \qquad N = 9 \times 5 = 45$$

Les V.F.H. avaient volé quarante-cinq appareils.

14. Histoires de voleurs (3) : Le partage des Vingt Cœurs

Soit n le nombre des Vingt Cœurs, et N le nombre des pièces d'or à partager.
Dans le premier cas :

$$N = 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n = 2(2^n - 1)$$

(Somme d'une progression géométrique, p. 45.)

Dans le second cas :
N = na, a étant un nombre entier (la part de chacun)

$$2(2^n - 1) = na \qquad \text{avec} \qquad n \leqslant 20$$

Un tableau des vingt premières puissances de 2 montre que les seules solutions entières de cette équation sont :

$n = 1$	et	$a = 2$	$n = 2$	et	$a = 3$
$n = 6$	et	$a = 21$	$n = 18$	et	$a = 29\,127$

Les deux premières solutions sont à rejeter, car l'énoncé nous montre que les Vingt Cœurs étaient plus de 4, la dernière également car le nombre N des pièces aurait été $29\,127 \times 18$. Elles n'auraient pas été contenues dans une petite cassette, ni comptées rapidement. Donc $n = 6$. Les Vingt Cœurs étaient six.

Le lecteur qui trouvera inélégant l'emploi du tableau des puissances de 2 pourra parvenir aux solutions de façon directe. Dans la méthode que nous avons employée, et qui est laborieuse (peut-être en existe-t-il une plus simple), nous avons utilisé le fait que $2^n - 1$, nombre de Mersenne, est premier si n est premier pour toutes les valeurs de n inférieures à 20, sauf 11.
En supposant n premier, les seules solutions sont $n = 1$, et $n = 2$, inacceptables.
On peut donc éliminer les valeurs de n suivantes : 3, 5, 7, 13, 17, 19. $n = 11$ ne convient pas, car dans $11\,a = 2(2^{11} - 1)$, $2^{11} - 1$ n'est pas divisible par 11.

Supposons maintenant $n = 4p$:

$4pa = 2(2^{4p} - 1)$
$2pa = (2^{4p} - 1) = (2^{2p} - 1)(2^{2p} + 1) = (2^p - 1)(2^p + 1)(2^{2p} + 1)$

ce qui est impossible, car le premier membre est pair, et le dernier forcément impair.
On peut donc éliminer les valeurs de n suivantes : 4, 8, 12, 16, 20.
Les valeurs restant possibles pour n sont : 6, 9, 10, 14, 15, 18.
Supposons $n = 5p$ $(p = 2$ ou $p = 3)$, $5pa = 2(2^{5p} - 1)$.
$2^{5p} - 1$ étant divisible par 5, 2^{5p}, qui est pair, ne peut se terminer que par 6, ce qui n'est le cas ni de 2^{10}, ni de 2^{15}.
On peut donc éliminer $n = 10$ et $n = 15$.
Finalement, on trouvera que les seules solutions possibles sont $n = 6$ et $n = 18$. $n = 18$ étant éliminé par l'interprétation de l'énoncé, il ne reste que la solution $n = 6$.

15. Le butin cubique

Soit p le nombre des tas, et n celui des officiers.
Les tas successifs contiennent 1, 3, 5,... $(2p - 1)$ pièces.

La somme de cette progression arithmétique est

$$\frac{p}{2} \cdot 2p = p^2 = 25\,502\,500$$
$$p = 5\,050$$

Les nombres des tas pris par les officiers successifs sont 1, 2, 3,..., n et leur somme est $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2} = 5\,050$ d'où

$$n^2 + n - 10\,100 = 0$$
$$(n - 100)(n + 101) = 0.$$

La seule racine qui convienne est la racine positive, $n = 100$.
Il y a cent officiers.

16. L'injuste testament de Clovis Clou

Soient n le nombre des neveux et nièces et q la raison de la progression géométrique

$$2\ 882\,400 = 3\frac{q^n - 1}{q - 1}^{*}$$

$$= \frac{3q^{n-1} \times q - 3}{q - 1}$$

Or $3 \cdot q^{n-1}$ est le dernier terme de la progression, la part de Claudine, 2 470 629

$$2.\ 882\,400 = \frac{2\,470\,629\,q - 3}{q - 1}$$

d'où $q = 7$
La part de Claudine

$$3 \cdot 7^{n-1} = 2\,470\,629$$
$$7^{n-1} = 823\,543 = 7^7$$
$$n - 1 = 7 \qquad n = 8$$

Clovis Clou a huit neveux et nièces (Clotaire, Clodomir, Clarence, Cléobule, Clotilde, Célie, Cléopâtre et Claudine).

* Somme des n premiers termes d'une progression géométrique, p. 45.

17. L'algébriste et la fille du prince

L'algébriste se fit raser le crâne et emprunta la cinquième route. Il ne paya rien.

Sur la première route, il aurait payé $10! = 3\,628\,800$ francs. Sur la deuxième, la somme des 100 premiers termes d'une progression arithmétique de premier terme 1 000, de raison 1 000, soit 5 050 000 francs. Sur la troisième, la somme des 20 premiers termes d'une progression géométrique de premier terme 2 et de raison 2, soit 2 097 150 francs. Sur la quatrième, la somme des 13 premiers termes d'une progression géométrique de premier terme 3 et de raison 3, soit 2 391 483 francs.

18. La machination de Gaëtan Dupont

La dette, proche d'un million, s'exprime par un nombre de six chiffres $(a\,b\,c\,d\,e\,f)$. Posons $(b\,c\,d\,e\,f) = \mathrm{N}$. $(a\,b\,c\,d\,e\,f) = (a\,\mathrm{N})$ Après manipulation, on obtient le nombre $(b\,c\,d\,e\,f\,a)$ que nous écrirons $(\mathrm{N}\,a)$.

$$(a\,\mathrm{N}) = 4(\mathrm{N}\,a)$$
$$10^5 a + \mathrm{N} = 4(10\,\mathrm{N} + a)$$
$$39\,\mathrm{N} = (10^5 - 4)a = 99\,996\,a$$
$$\mathrm{N} = 2\,564\,a$$

On peut donner à a toutes les valeurs de 1 à 9. Mais puisque la dette était voisine de un million, $a = 9$, $\mathrm{N} = 2\,564 \times 9 = 23\,076$, la dette s'élevait à 923 076 francs.

19. Clovis et l'arithmétique galante

Soit $(a\,b\,c\,d)$ le numéro de Muriel et e le chiffre de son étage.

$$(a\,b\,c\,d) \times e = (d\,c\,b\,a)$$

$e = 1$ aboutit à l'indétermination $a\,b\,b\,a$.
Donc $e \geqslant 2$. Alors $a \leqslant 4$.

Supposons $a = 4$:
e ne peut être que 2 $\quad d \geqslant 8$
$d \times e = a + 10$ (premier produit partiel)
$d \times 2 = 4 + 10 = 14 \quad d = 7$ impossible puisque d doit être $\geqslant 8$

Supposons $a = 3$:
$e = 2$ ou $e = 3$
$e = 2 \quad d \times e = a + 10 \cdot d \times 2 = 13$ impossible
$e = 3 \quad d \times e = a + 10$ ou $d \times e = a + 20$
$\quad d \times 3 = 13 \quad d = 2 = 23$ impossible

Supposons $a = 2$:
$e \doteq 2$ ou $e = 3$ ou $e = 4$
$e = 2 \quad d \times e = a + 10 \quad d \times 2 = 12 \quad d = 6 \quad (2\,b\,c\,6) \times 2$ ne peut être égal à $(6\,c\,b\,2)$
$e = 3 \quad d \times e = a + 10$ ou $d \times e = a + 20$
$\quad d \times 3 = 12$ ou $d \times 3 = 22$
$\quad d = 4$ mais on doit avoir $d \geqslant e \times a = 6$ impossible
$e = 4 \quad d \times e = a + 10$ ou $d \times e = a + 20$ ou $d \times e = a + 30$
$\quad d \times 4 = 12 \quad d \times 4 = 22 \quad d \times 4 = 32$
$\quad d = 3$ impossible $\quad d = 8$
Si $d = 8$, on a $(2\,b\,c\,8) \times 4 = (8\,c\,b\,2)$
On trouve facilement $b = 1$, $c = 7$

$$2\,178 \times 4 = 8\,712$$

Il existe une autre solution pour $a = 1$, $e = 9$ – (1 089) – mais cette solution est à rejeter a priori, puisque Muriel habitant « vers la fin du boulevard », c'est le plus grand numéro qui est à retenir. L'adresse est 2178 Sunset boulevard, au quatrième étage.

20. La famille de Victor Vis

Soit ab l'âge de Victor. Le nombre $(ababab)$ est égal à

$$(ab0000) + (ab00) + (ab) = (ab) \times 10\,101$$
$$10\,101 = 1 \times 3 \times 7 \times 13 \times 37$$
$$(ababab) = (ab) \times 1 \times 3 \times 7 \times 13 \times 37$$

Victor frise la quarantaine, il a 39 ans (ab), sa femme 37 ans, ses quatre enfants : 1, 3, 7 et 13 ans.

21. Clovis Clou opiomane

$$3\,170\,649 = 3 \times 31 \times 103 \times 331$$

La durée de cuisson, voisine d'une demi-minute, est 31 secondes.
La température de la lampe, inférieure à 200°, est 103°.
La longueur de la pipe est 331 mm (3 × 331 mm, soit près de un mètre n'est pas acceptable). Le nombre de grammes d'opium d'une pipe est donc 3. Clovis Clou fume six pipes par jour.

22. Le rail, la route et le mauvais numéro

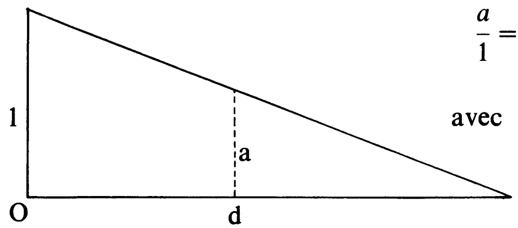
Soit d la distance en kilomètres de Paris à la ville où est située l'usine de Clovis.
Le coût du transport d'une tonne par fer est :

$$C_1 = \frac{6}{100} d + 4 = \frac{1}{100}(6d + 400)$$

Le coût du transport par route est :

$$C_2 = d \frac{8 - 3a}{100}$$

a étant le pourcentage de remplissage au retour.



$$\frac{a}{1} = \frac{A - d}{A} \qquad a = \frac{A - d}{A}$$

avec $\quad A = 43^2 \times \frac{20}{21}$ km

$$C_2 = d \cdot \frac{8 - 3\dfrac{A - d}{A}}{100} = \frac{1}{100}\left(5d + \frac{3d^2}{A}\right)$$

En égalant C_1 et C_2 on obtient l'équation :

$$3d^2 - Ad - 400A = 0$$

Remplaçons A par sa valeur :

$$63d^2 - 20 \cdot 43^2 d - 400 \cdot 20 \cdot 43^2 = 0.$$

Le déterminant de l'équation est :

$$= (20 \cdot 43^2)^2 + 4 \cdot 63 \cdot 400 \cdot 20 \cdot 43^2$$

$$= 20 \cdot 43^2(20 \cdot 43^2 + 4 \cdot 63 \cdot 400)$$
$$= 20^2 \cdot 43^2(43^2 + 4 \cdot 63 \cdot 20)$$
$$= 20^2 \cdot 43^2 \cdot 6\,889 = 20^2 \cdot 43^2 \cdot 83^2$$
$$d = \frac{20 \cdot 43^2 \pm 20 \cdot 43 \cdot 83}{2 \cdot 63}$$

Seule la racine positive convient.

$$d = \frac{20 \cdot 43(43 + 83)}{2 \cdot 63} = \frac{20 \cdot 43 \cdot 126}{2 \cdot 63} = 860 \text{ km}$$

La ville, située à 860 km au SSE de Paris est Marseille. Le numéro de son département est 13.

23. Odieuse attaque de Gaëtan Dupont

$$\begin{array}{r} \text{C L O U} \\ \text{O C U E} \\ \hline \text{Z É R O} \end{array} \qquad \text{et} \qquad \text{OCUE} = 2 \times \text{CLOU}$$

On trouvera assez facilement la solution :

$$\begin{array}{r} 3162 \\ 6324 \\ \hline 9486 \end{array} \qquad 6324 = 2 \times 3162$$

Soient A et B les âges qu'auraient les parents Clou.

$$9486 = A \times B$$
$$9486 = 2 \times 3 \times 3 \times 17 \times 31$$

La seule solution acceptable est :

$$A = 17 \times 2 \times 3 = 102$$
$$B = 31 \times 3 = 93$$

$A - B = 9$ ans.

24. Le triomphe de Chamberlusse

$$\begin{array}{r} 46278 \\ \times\ 5 \\ \hline 231390 \end{array}$$

L = 2 E = 0 O = 7 M = 9 A = 3 L = 2 E = 0

LÉO MALE = 207 9320

C'était ici le numéro de téléphone de « Julot qu'a la came ».

25. La désintoxication chinoise

(1) Le dernier jour de sa cure, Clovis absorbe 0,5 g d'opium dans son verre de 10 cm^3. C'est donc qu'il y en avait 0,5 g $\times \dfrac{1\,000}{10} = 50$ g dans le bocal.

Comme celui-ci en contenait 100 g à l'origine, Clovis en a absorbé 50, plus sa ration du dernier jour, c'est-à-dire 50,5 g. (Ce résultat n'est qu'approximatif. En effet il n'y aura pas un jour où, exactement, le verre de Clovis contiendra 0,5 g d'opium. Il en contiendra un peu plus le jour $n - 1$, un peu moins le jour n.)

(2) Chaque jour Clovis prélève dans le bocal $\dfrac{10}{1\,000}$, soit le centième de l'opium qui y est contenu.

Le premier jour, avant prélèvement, il y aura dans le bocal : 100 g d'opium

Le deuxième jour, il reste les $\dfrac{99}{100}$ de 100 soit : $100 \times \frac{99}{100}$

Le troisième jour, il reste les $\frac{99}{100}$ de

$100 \times \frac{99}{100}$, soit : $100 \times \left(\frac{99}{100}\right)^2$

Le dernier jour de la cure, soit le $n^{\text{ième}}$, il reste : $100 \times \left(\frac{99}{100}\right)^{n-1} \leqslant 50$

$$\left(\frac{99}{100}\right)^{n-1} \leqslant \frac{1}{2} = 0{,}5$$

$$(n-1)(\log 99 - \log 100) \leqslant \log 0{,}5$$

$$(n-1)(\log 99 - 2) \leqslant \log 0{,}5$$

$$n - 1 \geqslant \frac{\log 0{,}5}{\log 99 - 2} = 69{,}04\,*$$

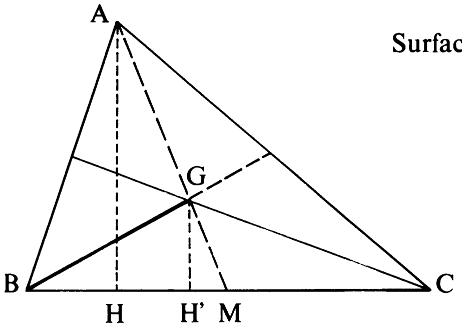
$$n \geqslant 70{,}04$$

La valeur à retenir est l'entier immédiatement supérieur à la valeur figurant au deuxième terme de l'inégalité, soit 71.
Clovis s'est désintoxiqué en 71 jours.

* Le sens de l'inégalité est renversé parce que ses deux membres ont été divisés par une quantité négative.

26. Le puits de Salomon

Salomon fora son puits au point d'intersection des trois médianes du triangle qui constituait le domaine.
En effet, soit G le point d'intersection des médianes. On sait que $GM = \frac{1}{3}AM$, donc GH' (perpendiculaire à BC) $= \frac{1}{3}AH$.



$$\text{Surface GBC} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}AH \times BC\right)$$
$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}AH \times BC\right)$$
$$= \frac{1}{3}\text{ surface ABC}$$

On démontrerait de la même façon que les surfaces de GAB et GCA sont le tiers de la surface de ABC.

27. Simplifications scandaleuses

Soit n le nombre des chiffres b

$$\frac{a\overbrace{bb\cdots b}^{n}}{\underbrace{bb\cdots b}_{n}c} = \frac{a}{c} \qquad (1)$$

Le numérateur de la première fraction est égal à :

$$a \times 10^n + b(10^{n-1} + 10^{n-2} + \cdots + 1) = a \times 10^n + b\frac{10^n - 1}{9}$$

Le dénominateur est égal à :

$$b(10^n + 10^{n-1} + \cdots + 10) + c = b \times 10 \times \frac{10^n - 1}{9} + c$$

Reportons dans (1) et égalons les produits des extrêmes et des moyens :

$$a \times 10^n \times c + b \times \frac{10^n - 1}{9} \times c = b \times 10 \times \frac{10^n - 1}{9} \times a + c \times a$$

$$9ac = 10ab - bc$$

$$b = \frac{9ac}{10a - c}$$

Toutes les fractions dans lesquelles a, b, c, sont liés par la relation ci-dessus pourront être simplifiées de la façon envisagée.

Mais, de plus, notre fraction est équivalente à $\frac{1}{2}$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{2} \qquad b = \frac{9a}{10\frac{a}{c} - 1} = \frac{9a}{4} \qquad 4b = 9a$$

9 ne divisant pas 4 doit diviser b. Donc $b = 9$, alors :

$$a = 4 \qquad c = 8$$

$$\frac{49999}{99998} = \frac{4999}{9998} = \frac{499}{898} = \frac{49}{98} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Les autres fractions possédant la propriété indiquée mais non équivalentes à $\frac{1}{2}$ sont : $\frac{16}{64}$, $\frac{19}{95}$, $\frac{26}{65}$.

28. Clovis Clou chez les gangsters

(1) Lorsque n buveurs trinquent deux à deux, il y a autant de tintements que de combinaisons possibles de n objets pris deux à deux. Le nombre de ces combinaisons est donné par la formule :

$$C_n^2 = \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} = \frac{n^2 - n}{2}^{*}$$

Dans le cas présent : $\dfrac{n^2 - n}{2} = 21$

$$n^2 - n - 42 = 0$$

$$n = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 168}}{2} = \frac{1 \pm 13}{2}.$$

Seule la racine positive 7 convient. Les gangsters étaient sept.

(2) Après le départ du gangster, le nombre des tintements a diminué de 5. C'est donc que le sortant avait heurté son verre à cinq autres. Les hommes étaient donc 6 à l'origine.

29. Le harem et les écuries du sultan d'Adiabène

Soit X le nombre de femmes et Y le nombre de chevaux d'un sultan d'Adiabène. Le cycle pendant lequel les combinaisons de

* Si l'on ne connaît pas la formule d'analyse combinatoire, il est aisé de l'établir. Chacun des n gangsters trinque avec les $(n - 1)$ autres. Donc $n(n - 1)$ est le double du nombre des tintements, car A trinquant avec B et B avec A ne produisent qu'un tintement.

quatre femmes et de trois chevaux changent chaque jour a pour durée : $C_x^4 = C_y^3$.

$$\frac{X(X-1)(X-2)(X-3)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = \frac{Y(Y-1)(Y-2)}{1\cdot 2\cdot 3}$$

$$X(X-1)(X-2)(X-3) = 4Y(Y-1)(Y-2)$$

X et Y étant des nombres entiers, deux solutions apparaissent immédiatement :

$X = 4$ et alors $Y = 3$ ou $X - 3 = 4$, $X = 7$ et $Y = 7$.

(On pourra finalement établir que ces solutions sont les seules, en supposant $X < Y$: une solution, $X = Y$: une solution, $X > Y$: pas de solution telle de $X + Y \leqslant 17$.)
Sélim le Grand avait sept femmes et sept chevaux, le cycle C_7^4 était de trente-cinq jours, en trente-cinq ans de règne, il consomme donc $7 \times 365 = 2\,555$ femmes et autant de chevaux.
Sélim le Petit avait quatre femmes et trois chevaux, le cycle était de un jour. Changeant donc chaque jour de femmes et de chevaux, il consomma en trois ans $4 \times 3 \times 365 = 4\,380$ femmes et $3 \times 3 \times 365 = 3\,285$ chevaux.

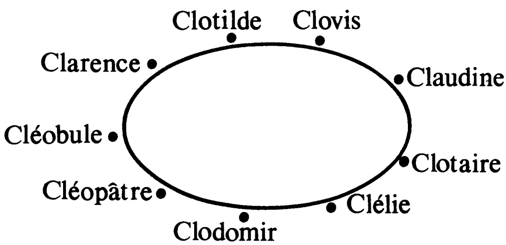
30. Anatole fume du gris

(1) Surface du mur : $500 \times 210 = 105\,000$ cm^2. Surface de l'enveloppe d'un paquet de tabac : $6 \times 5^2 = 150$ cm^2. Rapport de la surface du mur à celle d'une enveloppe : $105\,000 : 150 = 700$.
Nombre de jours du 1er janvier de l'année A au 30 novembre inclus de l'année $A + 1 = 699$ en général, 700 si A ou $A + 1$ sont bissextiles. A ne pouvant être bissextile (65, 66 ou 67) c'est $A + 1$ qui possède cette particularité. $A + 1 = 1968$. $A = 1967$.

Anatole fume un paquet de tabac par jour et a commencé sa tapisserie le 1er janvier 1967.
(2) Le volume des nouveaux paquets est huit fois le volume des anciens paquets. Anatole en fume un tous les huit jours et dispose alors d'une enveloppe de $6 \times 10^2 = 600$ cm^2. Il faudra donc à Anatole $\dfrac{105\,000}{600} = 175$ paquets pour effectuer son travail. Il aura fumé 174 paquets en $174 \times 8 = 1\,392$ jours. Le 1 393^e jour, il achètera le 175^e paquet qui lui permettra d'achever sa tapisserie.

31. Le dîner anniversaire de Clovis Clou

Clodomir, entre « l'Égypte et Rome », est entre Cléopâtre et Clélie. Clovis Clou n'a à sa gauche ni Clotilde, en robe longue, ni Clélie en pantalon; restent Claudine et Cléopâtre, dont on ne connaît pas la tenue; mais cette voisine, étant entre Clovis et Clotaire, ne peut être Cléopâtre, qui est entre Clodimir et Cléobule (qui admire son alliance). C'est donc Claudine. En tournant dans le sens d'une montre on a donc : Clovis, Claudine, Clotaire, Clélie, Clodomir, Cléopâtre, Cléobule puis Clarence, qui est à côté d'un cousin, et enfin Clotilde, la dernière à placer.



32. Révélations sur la famille Clou

S'il n'y avait ni frères ni sœurs parmi les neveux Clou, le nombre de couples de cousins possibles serait : $C_8^2 = \frac{8 \times 7}{1 \times 2} = 28.$

Le nombre réel étant 23, il y a des frères et des sœurs parmi les neveux.

Supposons qu'il y ait deux frères ou sœurs; A et A′, la série se présentant ainsi : (AA′)BCDEFG.

Le nombre de couples de cousins possibles est C_7^2 (nombre de couples formés sans A′) + 6 (nombre de couples auquel participe A′), soit 21 + 6 = 27 — nombre encore trop grand.

Avec trois frères ou sœurs, A, A′, A″, on déterminerait que le nombre de couples possibles est 25.

Avec quatre frères ou sœurs, A, A′, A″, A‴ le nombre de couples serait 22, trop petit.

Il nous faut donc envisager le cas de trois frères et sœurs d'une part, deux de l'autre : (A, A′, A″)(B, B′)CDE. Le nombre de couples possibles est $3 \times 5 + 2 \times 3 + C_3^2 = 15 + 6 + 3 = 24$, trop élevé.

Avec trois frères et sœurs, et deux couples de frères et sœurs, on a la combinaison (A, A′, A″)(B, B′)(C, C′)D qui permet de former $3 \times 5 + 2 \times 3 + 2 = 23$ couples de cousins. C'est la seule solution possible. Clovis a donc au total quatre frères ou sœurs. Mais combien de frères et combien de sœurs ?

Cinq des jeunes gens ont le nom de Clou. Cléopâtre — la seule fille mariée — étant une demoiselle Clou, il y a six Clou de naissance. Donc Clovis ne peut avoir qu'une sœur (qui a deux enfants).

33. Arithmétique chevaline

Les systèmes de numération ont évidemment des bases différentes dans les trois pays. Soit A la base en Aulnie, B en Byzanie, C en Cyrie.

$$2A^2 + 2A + 2 = 6B + 6 = 2C + 2$$
$$A^2 + A - 3B - 2 = 0$$
$$A = \frac{-1 \pm \sqrt{12B + 9}}{2}.$$

Les bases de numération étant entières, et, a fortiori, rationnelles, le déterminant 12B + 9 doit être un carré parfait.

$$12B + 9 = N^2 \qquad \text{N étant un nombre entier}$$
$$12B = N^2 - 9 = (N + 3)(N - 3).$$

Le second membre doit être pair comme le premier, ce qui entraîne N impair. Posons $N = 2n + 1$

$$3B = (n + 2)(n - 1).$$

Le second membre étant divisible par 3, n est de la forme $3p + 1$.

$$B = 3p(p + 1).$$

Faisons $p = 1$ $B = 6$, qui ne convient pas, car il ne peut y avoir de chiffre 6 dans un système de base 6.

$$p = 2 \qquad B = 18.$$

Pour $p > 2$, les solutions ne conviennent pas, car elles conduiraient à des lots de plus de deux cents chevaux.

$$B = 18; \qquad \text{alors} \qquad A = 7, \qquad C = 56.$$

Dans notre système décimal, chaque lot comporte 114 chevaux.

34. La paire à 10

La paire vaut 10 dans le système de numération de base 2. Dans ce système, notre dix ($2^3 + 2$) s'écrit 1 010.

35. L'équation magique des Amalécites

L'équation $X^2 - 13X + 42 = 0$ a pour solutions 6 et 7, ce qui semble confirmer l'étonnante conclusion de Gaëtan Dupont. Pourtant ce résultat est faux. Il faut alors admettre que les coefficients de l'équation ne sont pas ce qu'ils paraissent, ce qui implique que la base du système de numération des Amalécites n'était pas 10.
Soit n cette base. L'équation s'écrit, dans notre système de base 10 :

$$X^2 - (n + 3)X + 4n + 2 = 0.$$

Le déterminant de cette équation est :

$$\Delta = (n + 3)^2 - 4(4n + 2) = n^2 - 10n + 1$$

qui doit être le carré d'un nombre entier. Soit N ce nombre.

$$n^2 - 10n + 1 = N^2$$
$$n^2 - 10n - (N^2 - 1) = 0.$$

n étant un nombre entier, le déterminant δ de cette équation doit être le carré d'un nombre entier. Soit P ce nombre.

$$\delta = 5^2 + (N^2 - 1) = 24 + N^2 = P^2$$
$$24 = P^2 - N^2 = (P + N)(P - N).$$

---

24 peut être de quatre façons le produit de deux facteurs entiers :

$24 = 24 \times 1 \qquad P + N = 24 \qquad P - N = 1 \qquad P = \frac{25}{2},$

non entier, solution à rejeter.

$24 = 12 \times 2 \qquad P + N = 12 \qquad P - N = 2 \qquad P = 7 \qquad N = 5.$

$24 = 8 \times 3 \qquad P + n = 8 \qquad P - N = 3 \qquad P = \frac{11}{2},$

solution à rejeter.

$24 = 6 \times 4 \qquad P + N = 6 \qquad P - N = 4 \qquad P = 5 \qquad N = 1.$

La solution P = 5, N = 1 donne $n = 0$, à rejeter, et $n = 10$.
$n = 10$ conduit à l'affirmation erronée de Gaëtan Dupont.
La solution P = 7, N = 5 donne $n = -2$, à rejeter, et $n = 12$.
Si $n = 12$, l'équation magique a pour racines 5 et 10, qui sont bien les nombres de doigts d'une et des deux mains.
Les Amalécites employaient donc un système de numération de base 12.

Si l'on veut faire le calcul sur l'équation originale, en système de base 12, on trouvera :

$$X = \frac{13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \cdot 42}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 148}}{2}$$

$$= \frac{13 \pm \sqrt{21}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2}.$$

$$\frac{13 + 5}{2} = \frac{18}{2} = (10) \qquad \text{(10) étant le chiffre 10}$$

et $$\frac{13 - 5}{2} = \frac{(10)}{2} = 5.$$

36. Étranges racines

Ni 1 111 ni 11 111 n'étant des carrés parfaits dans le système de numération de base 10, ces nombres sont écrits dans d'autres systèmes, de bases B et C.
Les calculs suivants étant faits dans notre système dénaire on a :

$[1\,111]_B = B^3 + B^2 + B + 1 = N^2$, N étant un nombre entier.

Essayant les valeurs entières successives de B, on trouve : B = 7.

$$[1\,111]_7 = 7^3 + 7^2 + 7 + 1 = 400 = 20^2 \quad \text{ou} \quad [26]_7^2$$

On trouvera de même C = 3.

$$[11\,111]_3 = 3^4 + 3^3 + 3^2 + 3 + 1 = 121 = 11^2 \quad \text{ou} \quad [102]_3^2$$

La racine carrée de 1 111,20, est plus grande que la racine carrée de 11 111,11, ces deux nombres étant comparables puisqu'ils sont écrits dans un même système de numération.

37. La perfection de Cléopâtre

La parfaite Cléopâtre a deux bras, deux jambes, et *a* amants, *a* étant un nombre premier. Son âge N est un nombre parfait. Donc :

$$2 \times 2 \times a = 1 + 2 + 2 \times 2 + a + 2a$$
$$4a = 7 + 3a \qquad a = 7$$

et Cléopâtre a $2 \times 2 \times 7 = 28$ ans.

38. Le moutardier avisé

D'une façon générale, soit a le côté des caissettes, $\frac{a}{n}$ le diamètre des boîtes (n entier) et h leur hauteur.
Le volume de moutarde de chaque boîte est $\frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{a}{n}\right)^2 \cdot h$.
Le nombre des boîtes est n^2.
Le volume de moutarde par caissette est donc :

$$n^2 \cdot \frac{\pi}{4} \left(\frac{a}{n}\right)^2 \cdot h = \frac{\pi}{4} a^2 h.$$

On voit que ce volume est indépendant du diamètre des boîtes.

39. Plaisirs comptables

(1) $1 + 1 - 1$, $1 \times 1 \times 1$, $1 : 1 : 1$, $\frac{1}{1} \times 1$, $\frac{1}{1} : 1$, $(1 \times 1)^1$, $(1 : 1)^1$, 1^{11}, $(1^1)^1$, $1^{(1-1)}$.
(2) $7^0 = 1$.
(3) $\dfrac{4 \times 9}{6} = 6$.
(4) $\dfrac{8}{3 + 1} = 2$.
(5) $2^4 = 16$.
(6) $(121)^{\frac{1}{2}} = 11$.
(7) $7^{\left(7 - \frac{7}{7}\right)} = 117\,649$.

(8) $(3^3)^3 = 19\,683$.

(9) $(8 + 8) \times 8 - 8 = 120$.

(10) $\frac{3^3}{3} + \frac{3}{3} = \frac{3 \times 3 \times 3 + 3}{3} = 10$.

(11) $2^{\frac{1}{2}} = 1{,}4142\ldots$

(12) $33 - 3 + \frac{3}{3} = 31$.

(13) $\frac{333}{3 \times 3} = 37$.

(14) La solution la plus simple est : $89 + 123 - 45 - 67 = 100$.

Autres solutions : $25 + 74 + \frac{3}{6} + \frac{9}{18}$.

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \times 9$.

(15) $3^{(3^3)} = 7\,625\,597\,484\,987$.

Le nombre $9^{(9^9)}$ a 369 millions de chiffres. A raison d'un chiffre par seconde, il faudrait onze ans pour l'écrire, et, à raison de deux chiffres par centimètre, il aurait 1 845 km de long (G. Büscher, *le Livre des merveilles*).

(16) $\frac{1}{2} = (123 - 45) : (67 + 89)$.

(17) $987 \times 9 + 5 = 8\,888$.

(18) $999\,999\,999\,999\,999\,999 : 19 = 52\,631\,578\,947\,368\,421$.

Le nombre 052 631 578 947 368 421 est un « nombre phenix ». Lorsqu'on le multiplie par n'importe quel nombre de 2 à 18, la succession de ses chiffres demeure inchangée (Gustave Büscher, *le Livre des merveilles*).

40. Complications dans la réglisse

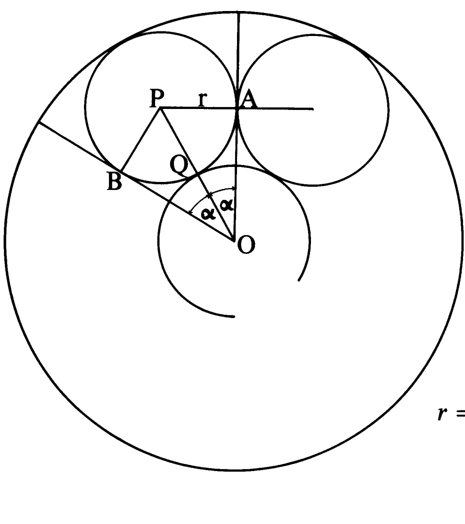
Considérons des boîtes (rayon r) tangentes intérieurement à la surface du fût (rayon R). Pour que ces boîtes soient toutes tangentes deux à deux, il faut que $\widehat{AOB}$ soit contenu un nombre entier de fois dans la circonférence

$$\widehat{AOB} = 2\alpha = \frac{360}{n},$$

n étant un nombre entier, le nombre de boîtes contenues dans le fût ou, en tout cas, dans la couronne extérieure

$$\alpha = \frac{180}{n}.$$

Dans le triangle PAO :



$$PA = PO \sin \alpha$$
$$r = (R - r) \sin \alpha$$

$$r = \frac{R \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{R \sin \dfrac{180}{n}}{1 + \sin \dfrac{180}{n}}$$

(1) Si l'on fait $n = 2$ (deux boîtes dans le fût), $\alpha = 90°$.

$$r = \frac{R \sin 90}{1 + \sin 90} = \frac{R}{2}$$

La surface de chaque boîte sera $\pi r^2 = \frac{\pi R^2}{4}$, la surface de base des deux boîtes du fût sera $\frac{\pi R^2}{2}$, la moitié de la surface de base du fût. Comme les poids sont proportionnels aux surfaces de base, on voit que l'on est dans le cas de la première solution adoptée $\left(113 = \frac{1}{2}226\right)$. Il y aura donc, dans ce cas, deux boîtes.

(2) Si l'on fait $n = 6$, $\alpha = 30$

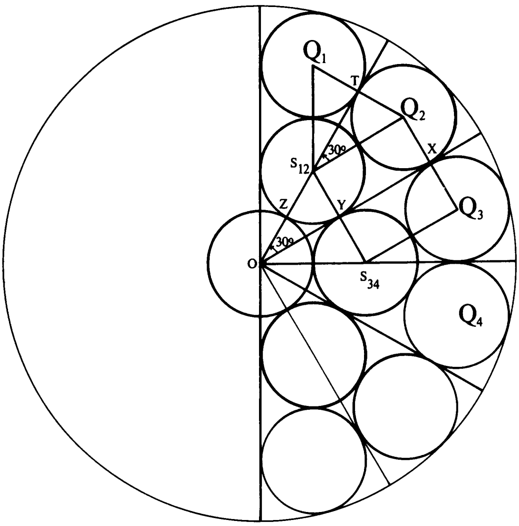
$$r = \frac{R \sin 30}{1 + \sin 30} = \frac{R \cdot \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{R}{3}$$

On remarquera que, dans ce cas, OQ = QP = PA = r (dans un triangle rectangle ayant un angle de 30 degrés, le côté opposé à cet angle est la moitié de l'hypothénuse). Le cercle de centre O auquel les boîtes sont tangentes extérieurement a même rayon que ces boîtes, ce qui fait que le fût pourra contenir sept boîtes. La surface de base de celles-ci sera :

$$7\pi r^2 = 7\pi \left(\frac{R}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}\pi R^2.$$

On se trouve dans le cas de deuxième solution $\left(176 \# \frac{7}{9} \cdot 226\right)$.

Il y aura sept boîtes.



(3) Si l'on fait $n = 12$, $\alpha = 15°$

$$r = \frac{R \sin 15}{1 + \sin 15} = 0{,}206 \cdot R$$

Considérons des boîtes tangentes, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, et traçons des circonférences de même rayon, qui leur soient tangentes, et situées du côté du centre O du fût. La figure (2) montre que ces circonférences seront tangentes 2 à 2 (dans le triangle $S_{12}Q_2T$, $\widehat{Q_2S_{12}T}$ est égal à 30°, donc $S_{12}Q_2$ est parallèle à OX, donc la circonférence de centre S_{12} est tangente à OX, en un point qui, par raison de symétrie, est le même que le point de tangence de la circonférence S_{34}.

D'autre part, la circonférence de centre O tangente à ces six circonférences a même rayon

$$(OS_{12} = 2S_{12}Y,\ S_{12}Z = S_{12}Y, \quad \text{donc} \quad OZ = S_{12}Z = S_{12}Y).$$

On pourra donc placer dans le fût $12 + 6 + 1 = 19$ boîtes.
Leur surface de base sera $19\pi r^2 = 19 \cdot \pi \cdot (0{,}206R)^2 = 0{,}804\pi R^2$.
Le poids du fût ainsi rempli sera : $226 \times 0{,}804 \# 182$ kg. On se trouve dans le cas de la troisième solution proposée.

41. Clovis Clou conseiller fiscal (1)

Soit X le revenu, Yc l'impôt capitaliste, Yt l'impôt travailliste,

$$X = 10\,000 + \frac{n}{100} \times 10\,000 \tag{1}$$

$$Yc = 100 + \frac{1}{2}\,\frac{n}{100} \times 100 \tag{2}$$

$$Yt = 100 + 2\,\frac{n}{100} \times 100 \tag{3}$$

Éliminant n entre (1) et (2) d'une part, (1) et (3) d'autre part, il vient :

$$Yc = \frac{X}{200} + 50 \qquad Yt = \frac{X}{50} - 100.$$

Pour X = 1 000 000 francs, l'impôt capitaliste est de 5 050 francs, l'impôt travailliste de 19 900 francs.

42. Clovis Clou conseiller fiscal (2)

Soient X, Y_c, Y_t le revenu, l'impôt capitaliste et l'impôt travailliste. Dès que X augmente d'une petite quantité dX, Y_c et Y_t augmentent de quantités dY_c et dY_t telles que :

$$\frac{dY_c}{Y_c} = \frac{1}{2}\,\frac{dX}{X} \qquad \frac{dY_t}{Y_t} = \frac{2dX}{X}$$

$$\int \frac{dY_c}{Y_c} = \int \frac{1}{2}\,\frac{dX}{X} \qquad \int \frac{dY_t}{Y_t} = \int \frac{2dX}{X}$$

$LY_c = L\sqrt{X} + LK \qquad LY_t = LX^2 + LK'$, K et K′ étant des constantes.

$$Y_c = K\sqrt{X} \qquad Y_t = K'X^2.$$

La condition d'un impôt de 100 pour un revenu de 10 000 permet de déterminer K et K′

$$100 = K\sqrt{10\,000} \qquad 100 = K' \times 10^8$$

$$K = 1 \qquad K' = \frac{1}{10^6}$$

Pour X = 1 000 000 ou 10^6

$$Y_c = \sqrt{10^6} = 1\,000 \qquad Y_t = \frac{10^{12}}{10^6} = 10^6 = 1\,000\,000.$$

L'impôt travailliste absorbe tout le revenu. Pour un revenu supérieur à 1 000 000, l'impôt travailliste serait plus élevé que le revenu.

43. Clovis Clou conseiller fiscal (3)

Gauchiste de gauche : Y = X.
Gauchiste de droite : Y = X − 9 900.
Socialiste : la formule la plus simple est

$$X - Y = \frac{aX}{X + b}, \text{ avec } a \text{ et } b > 0$$

X − Y croît avec X et, si X tend vers l'infini, tend vers a.
Donc a = 1 000 000.
Si X = 10 000, Y = 100. D'où b = 1 000 101, 01...

Réactionnaire :

$$Y = \frac{1\,000\,000}{X}.$$

Le contribuable (s'il a survécu) ira en prison si $Y > X$, c'est-à-dire si $X < 1\,000$ francs.

44. Le diable dans le bénitier

a	b	c
■	K	■
d	e	f

Soit N le nombre magique du carré.

La diagonale partant de a donne : $a + k + f = N$

La verticale du milieu : $b + k + e = N$

La diagonale partant de c : $c + k + d = N$

Ajoutons membre à membre : $(a + b + c) + 3k + (d + e + f) = 3N$

$$N + 3k + N = 3N \qquad 3k = N \qquad k = \frac{N}{3}.$$

Or, dans ce carré de 3, N est évidemment le tiers de la somme des éléments, $10 + 11 + \cdots\cdots + 18 = 126$

$$N = 42 \qquad \text{et} \qquad k = 14.$$

45. Premier carré

67	*b*	43
	K	
	73	

$$67 + b + 43 = b + k + 73 = 3k$$

d'où $k = 37$ $b = 1.$

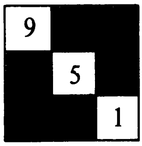
On complète facilement le carré

67	1	43
13	37	61
31	73	7

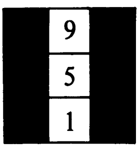
Ce carré magique, signalé par l'Anglais Henry Ernest Dudeney, a la caractéristique de n'être composé que de nombres premiers.

46. Le novenaire

Quel est le nombre magique d'un tel carré?
La somme des éléments $1 + 2 + 3 \cdots\cdots + 9 = 45$. Le nombre magique est donc $45 : 3 = 15$. Le chiffre du milieu du carré sera alors $15 : 3 = 5$.



Si maintenant nous plaçons 9 à un coin, nous arrivons à une impossibilité, car nous ne pouvons lui associer qu'une combinaison (4, 2) pour la première ligne et la première colonne.
Plaçons donc 9 au milieu de la ligne. On peut compléter facilement, et l'on obtient les deux solutions



4	9	2
3	5	7
8	1	6

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Les solutions obtenues en plaçant 9 à un autre milieu de ligne se déduisent des précédentes par rotation du carré.
Les deux solutions indiquées se déduisent elles-mêmes l'une de l'autre par réflexion.

47. Secret magique

Il faut remplacer les lettres par leur numéro de rang dans l'alphabet. Les trois carrés deviennent :

9	■	■
7	11	15
17	3	13

4	11	■
■	6	7
9	1	8

15	■	13
14	16	■
19	12	17

Les nombres manquants sont 19,5 – 3,5 – 20,18 ou SE, CE, TR, avec lesquels on peut écrire SECRET.
(On pourrait également écrire « crêtes », mais le singulier a été demandé.)

48. Le carré magique d'Albert Dürer

Dans tout carré magique de 4, la somme des éléments du carré intérieur central est égale au nombre magique N :

a	b	c	d
e	x	y	f
g	z	t	h
i	j	k	l

$$
\begin{aligned}
a + \mathrm{X} + t + l &= \mathrm{N} \\
b + \mathrm{X} + z + j &= \mathrm{N} \\
c + y + t + k &= \mathrm{N} \\
d + y + z + i &= \mathrm{N} \\
\hline
(a + b + c + d) + 2(\mathrm{X} + y + z + t) + (l + j + k + i) &= 4\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

$$\text{d'où } X + y + z + t = N.$$

Dans tout carré magique de 4, la somme des éléments de coin est égale au nombre magique :

$$\begin{array}{l} a + X + t + l = N \\ d + y + z + i = N \\ \hline (a + l + d + i) + (X + y + z + t) = 2N \\ \qquad (a + l + d + i) = N. \end{array}$$

Le nombre magique du carré demandé est le quart de la somme des seize premiers nombres, donc 34. Dans ces conditions le nombre placé au coin inférieur gauche est :

$$34 - (16 + 13 + 1) = 4.$$

b, c ne peut être que 3,2 ou 2,3. j, k ne peut être que 15, 14 ou 14, 15. y est 11. On complète facilement :

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

On peut remarquer que, non seulement dans le carré central, mais encore dans les quatre carrés intérieurs, la somme des éléments est 34.

De très nombreux éléments symétriques ont pour somme :

$$\frac{34}{2} = 17 \quad (16 + 1,\ 3 + 14,\ 8 + 9 \text{ etc.}).$$

Enfin les deux nombres du centre, au bas du carré, indiquent la date de l'œuvre de Dürer, 1514.

49. Carré de 7

Considérons les deux progressions arithmétiques

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \qquad (1)$$
$$0 \quad 7 \quad 14 \quad 21 \quad 28 \quad 35 \quad 42 \qquad (2)$$

Si l'on ajoute chaque terme de la progression (1) à chaque terme de la progression (2), on obtient tous les nombres entiers de 1 à 49.
Nous allons construire deux carrés magiques de 7 auxiliaires, le premier avec les nombres de (1), le second avec les nombres de (2). Si nous ajoutons ces carrés, c'est-à-dire si nous formons un nouveau carré qui ait dans chaque case la somme des éléments des cases correspondantes des carrés auxiliaires, nous aurons un nouveau carré magique.
Si ces additions ne donnent pas deux fois le même nombre, le nouveau carré comprendra les 49 premiers nombres. Ce sera le carré cherché. Il s'agit donc d'abord de construire un carré magique de 7 avec les 7 premiers nombres.
Si, dans chaque ligne, on dispose une même permutation de 7, décalée, il y aura les 7 chiffres dans chaque ligne et chaque colonne, et la somme de chaque ligne et de chaque colonne sera la même : $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$.
Il faudra ensuite que, dans chaque diagonale, soient représentés tous les chiffres de 1 à 7, c'est-à-dire qu'il ne s'y trouve pas deux fois le même chiffre.
Commençons par la première ligne : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
Le décalage de un cran ne convient pas à cause de (deux 1 dans la diagonale).

1 2 3

---

  1 2 3

Le décalage de deux crans donne le carré suivant qui est magique :

1	2	3	4	5	6	7	
6	7	1	2	3	4	5	
4	5	6	7	1	2	3	(1)
2	3	4	5	6	7	1	
7	1	2	3	4	5	6	
5	6	7	1	2	3	4	
3	4	5	6	7	1	2	

Formons, selon la même loi, un carré magique avec les nombres de la seconde progression :

0	7	14	21	28	35	42	
35	42	0	7	14	21	28	
21	28	35	42	0	7	14	
7	14	21	28	35	42	0	(2)
42	0	7	14	21	28	35	
28	35	42	0	7	14	21	
14	21	28	35	42	0	7	

L'addition de ces deux carrés (1) et (2) donne un carré magique, mais qui ne convient pas, car il contient deux fois 1, 41, etc.

SOLUTION 49

Faisons tourner (2) de un quart de tour vers la droite. Il devient (2′)

14	28	42	7	21	35	0
21	35	0				

et ajoutons (1) et (2′). On obtient un nouveau carré qui est évidemment magique, et qui contient bien tous les nombres de 1 à 49 :

15	30	45	11	26	41	7
27	42	1	16	31	46	12
32	47	13	28	36	2	17
37	3	18	33	48	14	22
49	8	23	38	4	19	34
5	20	35	43	9	24	39
10	25	40	6	21	29	44

La méthode employée a été indiquée par le mathématicien Philippe de la Hire (1640-1718).

50. Lucifer sait-il compter?

			24
7	14	3	24
5	9	10	24
12	1	Φ	
24	24		

Le nombre magique du carré est apparemment 24.
La dernière ligne donne : $12 + 1 + \Phi = 24 \qquad \Phi = 11$
La dernière colonne : $3 + 10 + \Phi = 24 \qquad \Phi = 11$
La diagonale : $7 + 9 + \Phi = 24 \qquad \Phi = 8$

Deux conclusions sont possibles : ou bien les Lucifériens ne savent pas compter — ou bien nous interprétons mal les nombres écrits dans le carré. Nous arrêtant à cette dernière hypothèse, supposons qu'ils soient exprimés dans un système de base non pas 10, mais B.

Égalons la dernière ligne et la diagonale gauche-droite :

$$(B + 2) + 1 + \Phi = 7 + 9 + \Phi \qquad B = 13.$$

Alors Φ est le chiffre (11). $\Phi = 11$ dans notre système.
Le carré est bien magique. Son nombre magique est 21 dans le système de numération adopté par les Lucifériens.

$$7 + 14 + 3 = 10 + (7 + 4 + 3) = 10 + 11 = 21 \qquad \text{en base 13.}$$

Dans notre système de numération, le carré s'écrirait :

			27
7	17	3	
5	9	13	
15	1	11	

51. Carré magique géométrique

Soit N le nombre magique.

2	64	32
a	x	b
c	d	e

$2 \times X \times e = N$
$64 \times X \times d = N$
$32 \times X \times c = N$

Multiplions membre à membre :

$(2 \times 64 \times 32) \times X^3 \times (e \times d \times c) = N^3$

d'où $\quad X^3 = N.$

Dans le cas présent : $N = 2 \times 64 \times 32 = 4\,096$

d'où $\quad X = 16.$

Le carré est facile à compléter

2	64	32
256	16	1
8	4	128

On remarquera que ses éléments sont les neuf premiers termes d'une progression géométrique d'origine 1 et de raison 2.
Il est évident que les exposants de 2 : 1, 6, 5 — 8, 4, 0 — 3, 2, 7 — forment un carré magique arithmétique.

52. Complications mathématico-magiques

La somme des racines de l'équation est, au signe près, le coefficient de X^8, soit 45.

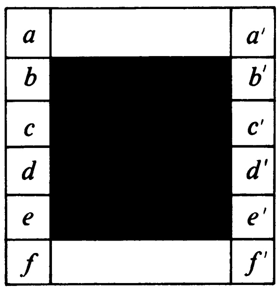
La somme des éléments de ce carré de 3 étant 45, son nombre magique est $45 : 3 = 15$.
Nous savons construire un carré de 3 de nombre magique 15 (problème 46). Ses éléments sont 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Il est facile de vérifier que ces neuf chiffres sont bien les racines de l'équation proposée, identique à :

$$(X-1)(X-2)(X-3)(X-4)(X-5)(X-6)(X-7)(X-8)(X-9) = 0.$$

53. Les bordures magiques

Si n est le nombre magique du carré de 4, quel sera le nombre magique N du carré de 6?

$$\begin{aligned} a + f' &= N - n \\ b + b' &= N - n \\ c + c' &= N - n \\ d + d' &= N - n \\ e + e' &= N - n \\ f + a' &= N - n \\ \hline -N + N &= 6N - 6n \end{aligned} \qquad \text{ou } 2N = 3n$$



Si $n = 130$, $N = 195$ et $N - n = 65$.

Ceci établi, cherchons à construire le carré de 4. Le bon sens commande d'utiliser les plus petits nombres possibles, et de préférence des nombres consécutifs.

SOLUTION 53

Les 16 premiers nombres entiers ne conviennent pas; car, pour un tel carré, $n = 34$.

Cherchons donc à utiliser : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et p, $p+1$, $p+2$, $p+3$, $p+4$, $p+5$, $p+6$, $p+7$.

La somme des éléments d'un tel carré est :

$$(1+2+3+\cdots\cdots+8)+(p+p+1+p+2+\cdots\cdots+p+7)$$
$$= 36+8p+28 = 4\times 130 = 520$$

d'où $\quad p = 57$.

Nous allons donc tenter de construire un carré magique de 4 avec 1, 2, 3,..., 8 et 57, 58,....., 64.

Pour obtenir ce résultat, construisons d'abord un carré magique en utilisant deux fois les nombres de 1 à 8. Cette entreprise, assez simple, donnera (entre autres solutions) :

1	7	2	8
4	6	3	5
7	1	8	2
6	4	5	3

Construisons, selon la même loi, un second carré magique auxiliaire avec les nombres 57, 58,..., 64,

57	63	58	64
60	62	59	61
63	57	64	58
62	60	61	59

et mélangeons les deux carrés en remplaçant une fois sur deux un nombre du premier par un nombre du second.

1	63	2	64
60	6	59	5
7	57	8	58
62	4	61	3

Nous obtenons un carré semi-magique. Si nous observons que $(1 + 6) + (59 + 64) = (7 + 4) + (61 + 58)$, nous pourrons, en déplaçant et réfléchissant les quatre carrés intérieurs de façon que les semi-diagonales complémentaires viennent dans le prolongement les unes des autres, obtenir le carré magique :

1	63	62	4
60	6	7	57
8	58	59	5
61	3	2	64

Cherchons maintenant les nombres de la bordure, qui sont au nombre de vingt. On pourra associer ces nombres en couples à l'intérieur desquels la somme sera $N - n = 65$. La moyenne des nombres de la bordure est donc 32,5. C'est la même que celle des nombres du carré de 4, $\frac{130}{4} = 32{,}5$.

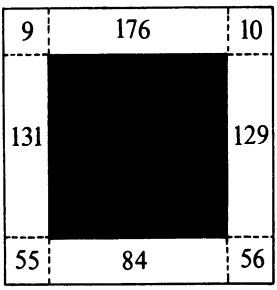
Il est donc logique de choisir pour la bordure les dix nombres immédiatement supérieurs à 8 (9 à 18), et les dix nombres immédiatement inférieurs à 57 (56 à 47).

SOLUTION 53

Ces nombres forment dix couples de somme 65 :

9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	(1)
56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	(2)

Plaçons les deux premiers couples aux coins du carré de 6. Les quatre cases des lignes et colonnes restant à couvrir totalisent $195 - (9 + 10) = 176$, 84, 131, 129.



176 devra être formé de trois nombres de la ligne (2) et d'un nombre de la ligne (1).
On peut écrire : $176 = 3 \times 47 + 1 \times 11 + 24$, ce qui permet de décider facilement que deux combinaisons seulement sont possibles :

	54	53	52	17	
et	54	53	51	18	(A)

De même, à la ligne du bas, deux combinaisons sont possibles :

11	12	13	48	
11	12	14	47	(B)

Étant donné que les nombres du haut et ceux du bas doivent pouvoir être associés en couples de somme 65, les options (A) et (B) ne sont pas indépendantes. On aura :

$$\begin{array}{cccc} 54 & 53 & 52 & 17 \\ 11 & 12 & 13 & 48 \end{array} \qquad (H_1)$$

ou

$$\begin{array}{cccc} 54 & 53 & 51 & 18 \\ 11 & 12 & 14 & 47 \end{array} \qquad (H_2)$$

Il faut maintenant placer dans chacune des colonnes de gauche et de droite deux nombres de la série (1) et deux nombres de la série (2). Adoptons l'hypothèse (H_1). Les nombres restant disponibles sont :

$$\begin{array}{cccc} 14 & 15 & 16 & 18 \\ 51 & 50 & 49 & 47 \end{array}$$

Colonne de gauche : $131 = 14 \times 2 + 47 \times 2 + 9$, ce qui fait apparaître cinq combinaisons possibles :

$$\begin{array}{ll} 14 + 16 + 50 + 51 = 131 & (\alpha_1) \\ 14 + 18 + 49 + 50 = 131 & (\alpha_2) \\ 15 + 16 + 49 + 51 = 131 & (\alpha_3) \\ 15 + 18 + 47 + 51 = 131 & (\alpha_4) \\ 16 + 18 + 47 + 50 = 131 & (\alpha_5) \end{array}$$

De même dans la colonne de droite :

$$\begin{array}{ll} 14 + 15 + 49 + 51 = 129 & (\beta_1) \\ 14 + 16 + 49 + 50 = 129 & (\beta_2) \\ 14 + 18 + 47 + 50 = 129 & (\beta_3) \\ 14 + 16 + 47 + 51 = 129 & (\beta_4) \\ 15 + 18 + 47 + 49 = 129 & (\beta_5) \end{array}$$

Les combinaisons (α) et (β) contenant des nombres tous différents sont : $\alpha_1\beta_5 \quad \alpha_2\beta_4 \quad \alpha_3\beta_3 \quad \alpha_4\beta_2 \quad \alpha_5\beta_1$

Mais il faut en outre que les nombres de α et de β puissent être couplés entre eux deux de façon à donner une somme 65. Seule reste alors valable la combinaison $\alpha_2\beta_4$.

14	18	49	50
51	47	16	15

ce qui permet de terminer la construction de la bordure et d'obtenir (entre autres) la solution ci-dessous :

9	54	53	52	17	10
14	1	63	62	4	51
18	60	6	7	57	47
49	8	58	59	5	16
50	61	3	2	64	15
55	11	12	13	48	56

Les quatre éléments centraux de la ligne du haut, par exemple, et les quatre éléments centraux de la colonne de gauche peuvent naturellement être permutés à volonté (les éléments opposés étant permutés de la même manière), ce qui donne :

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576 \text{ solutions.}$$

Nous avons examiné l'hypothèse (H_1). L'hypothèse (H_2) fournirait 576 nouvelles solutions.

Si nous considérons que nous avons arbitrairement placé 9 et 10 à deux angles consécutifs de la bordure, nous pouvons conclure qu'il existe un grand nombre de solutions (que le lecteur curieux pourra aisément calculer). Le lecteur qui a suivi jusqu'ici, et qui possède encore une réserve de patience, pourra sans difficultés construire une deuxième bordure magique.

Il démontrera que le nombre magique N′ du nouveau carré de 8 est lié à N par la formule :

$$3N' = 4N \qquad N = 195 \qquad \text{donc} \qquad N' = 260 \qquad N' - N = 65$$

Les $8 + 8 + 6 + 6 = 28$ éléments de cette bordure doivent pouvoir être répartis en couples de somme 65. Donc la valeur moyenne de ces éléments est 32,5.

Or, entre 18 et 47, il existe justement vingt-huit nombres disponibles dont la moyenne totale est 32,5. Ce sont donc ces nombres qu'il faut employer.

19 20 . . . . 31 32
46 45 . . . . 34 33

Il placera ensuite 19, 20, 46 et 45 aux quatre coins de la bordure et observera que les séries de six éléments des lignes et des colonnes à compléter ont pour totaux :

19	221	20
196		194
45	169	46

Il arrivera ensuite à l'une des solutions possibles, par exemple :

19	25	26	41	42	43	44	20
27							38
30							35
32							33
34							31
36							29
37							28
45	40	39	24	23	22	21	46

Est-il possible de construire, autour du carré de 4 initial une troisième bordure magique?
Le nombre magique de carré de 10 ainsi constitué serait $N'' = 325$, $N'' - N'$ serait égal à 105, et la moyenne des éléments de la nouvelle bordure serait 50,1. Comme tous les nombres ont été précédemment utilisés de 1 à 64, il en résulte qu'il n'est pas possible de construire une troisième bordure magique formée de nombres entiers, positifs et inédits.

54. Le carré diabolique

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

6	9	7	12
3	16	2	13
10	5	11	8
15	4	14	1

Le carré de droite est bien diabolique :

$$10 + 16 + 7 + 1 = 34$$
$$4 + 11 + 13 + 6 = 34$$
$$9 + 2 + 8 + 15 = 34$$
$$3 + 5 + 14 + 12 = 34$$

55. Mot entrecroisé

B	A	L
O	I	E
N	E	T

56. Sot carré cornu

(1)

E	C	U
S	O	N
T	R	I

(2) UT = U × SI d'où S = 1 T = U × I.

L'élément central du carré est le tiers du nombre magique, lui-même le tiers de la somme $1 + 2 + 3 + \cdots + 9 = 45$. C'est donc 5. N est donc 9.

1	5	9
8		

U et I, compléments à 15 de 9 sont 4 et 2 ou 2 et 4. T = U × I est donc 8. On complète facilement le carré.

6	7	2
1	5	9
8	3	4

(3) SOT CORNU TU ES COCU.

57. Dramatique riposte de Gaëtan Dupont

$$
\begin{array}{lr}
 & \mathrm{C\,L\,O\,U} \\
 & \mathrm{C\,O\,C\,U} \\
\hline
(\mathrm{M}) & \cdot\ \cdot\ \cdot\ a\ \cdot \\
(\mathrm{N}) & \cdot\ \cdot\ \cdot\ t\ \ \\
(\mathrm{R}) & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \ \ \ \ \\
(\mathrm{N}) & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \ \ \ \ \ \ \ \\
\hline
(\mathrm{P}) & \mathrm{L\,O\cdot O\cdot C\,U}
\end{array}
$$

$\emptyset$ = zéro

(M) ayant cinq chiffres, U est différent de 1. Alors U ne peut être que 5 ou 6, puisque $U \times U = \cdot U$ (P).
(N) ayant quatre chiffres, $C \leqslant 3$.
En fait $C = 2$, car si $C = 1$, $a + t = 11$ $t = U = 5$ ou 6, $a = 6$ ou 5.
(P) montre que $L = 2$ ou 3, et (R) que $O \times 13\cdot\cdot > 10\,000$.

$$O > \frac{10\,000}{1\,400} = 7{,}1 \qquad O = 8 \text{ ou } 9.$$

Mais alors a ne peut être que 2 ou 7 (si $U = 5$), 3 ou 7 (si $U = 6$); or a ne peut être que 6 ou 5. Donc $C = 1$ est impossible.
Si $C = 3$, le chiffre de gauche de (N) serait 9, et (P) aurait huit chiffres.

C étant 2, $U = 1$, 5 ou 6 ($U \times U = U$ ou $\cdot U$), mais si $U = 1$, (M) n'a que quatre chiffres. Donc $U = 5$ ou 6, $t = \emptyset$ ou 2; a est différent de $\emptyset$, et puisque $a + t = \cdot 2$, $t = \emptyset$, $a = 2$. Alors $U = 5$ puisque a est pair, $U \times O$ ou $5 \times O$ est pair (4, 6, 8). Le chiffre de droite de (R) est donc $\emptyset$.
La multiplication présente maintenant la forme ci-dessous.

x ne peut être que 4 ou 5. La colonne (a) montre que L $\geqslant$ 5, et comme 5 est déjà représenté par U, L $\geqslant$ 6, alors $x = 5$.

$$
\begin{array}{l ccccccc}
 & & & & 2 & L & O & 5 \\
 & & & & 2 & O & 2 & 5 \\
\hline
(M) & & & \cdot & \cdot & \cdot & 2 & 5 \\
(N) & & & x & \cdot & \cdot & \emptyset & \\
(R) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \emptyset & & \\
(N) & x & \cdot & \cdot & \emptyset & & & \\
\hline
(P) & L & O & \cdot & O & \cdot & 2 & 5 \\
 & (a) & (b) & (c) & (d) & (e) & (f) & (g)
\end{array}
$$

Nous laissons au lecteur, maintenant suffisamment averti, le soin de démontrer que L = 6, puisque O = 4.

$$(P) = 2\,645 \times 2\,425 = 6\,414\,125$$

$$
\begin{array}{ccc}
6\;4 & 1\;4\;1 & 2\;5 \\
LO & .O. & CU
\end{array}
$$

Enlevant de ce produit les lettres de CLOU, il reste . O .
Une même lettre (1, 1) étant de part et d'autre de O le seul prénom possible de forme américaine est BOB.

58. Clovis Clou dans la clandestinité

Cherchons les solutions en nombres entiers de la première équation. Posons Y = X + A (A entier positif ou négatif).
L'équation devient :

$$(2X + A) \times 2 = X(X + A) + 2$$
$$X^2 + (A - 4)X - 2(A - 1) = 0 \qquad (1)$$

Le déterminant de cette équation en X est $A^2 + 8$ qui, puisque X est entier, doit être égal au carré d'un nombre entier.

$$A^2 + 8 = N^2 \qquad (N^2 - A^2) = (N + A)(N - A) = 8$$

8 peut se décomposer en deux diviseurs entiers de deux manières :

$$8 \times 1 \qquad \text{et} \qquad 4 \times 2$$

Supposons $8 = 8 \times 1$

$$N + A = 8 \qquad N - A = 1 \qquad N = 9/2$$

ou

$$N + A = 1 \qquad N - A = 8 \qquad N = 9/2.$$

Ces deux hypothèses, qui conduisent à N non entier, sont à rejeter.
Supposons $8 = 4 \times 2$

$$N + A = 4 \qquad N - A = 2 \qquad N = 3 \qquad A = 1$$
$$N + A = 2 \qquad N - A = 4 \qquad N = 3 \qquad A = -1$$

En reportant les valeurs de A dans (1) on trouve :

première hypothèse $X = 0$ (et $Y = 1$) ou $X = 3$ (et $Y = 4$)
deuxième hypothèse $X = 4$ (et $Y = 3$) ou $X = 1$ (et $Y = 0$)

Il y a donc quatre nombres [XY] possibles : 01, 34, 43, 10. Aucune de ces solutions n'est acceptable. 34 et 43 ne sont pas des quantièmes de mois. Clovis a téléphoné le 12, donc après le 1 et le 10.
La bonne équation est donc la seconde.
Par la même méthode que précédemment, on trouve deux solutions : 13 et 31.

Le mois de juin n'ayant que trente jours, la seule solution à retenir est : [XY] = 13.
Le rendez-vous était le 13 juin à 18 heures chez Marinette.

59. Le tapis roulant du Châtelet

(1) Soit V, X, L, la vitesse de marche de Clovis, la vitesse du tapis (en m/s) et la longueur du tapis (en m).

$$V + X = \frac{L}{72} \quad (1) \qquad\qquad V - X = \frac{L}{360} \quad (2)$$

ajoutons : $2\,V = \dfrac{L}{60}$ ou $V = \dfrac{L}{120}$

Clovis met donc 120 secondes ou 2 minutes à franchir le tapis arrêté.

(2) La comparaison de (1) et (2) donne :

$$V + X = 5(V - X) \qquad X = \frac{2}{3}\,V$$

Si V = 6 km/h, alors X = 4 km/h.

(La longueur du tapis est $6\,000 \times \dfrac{120}{3\,600} = 200$ m.)

(3) *a*) Le tapis roule pendant 18 heures, et son parcours est donc de $18 \times 4 = 72$ km ou 72 000 m. Au bout de ces 18 heures, un point coïncidant avec l'origine au temps 0 sera à 72 000 mètres de l'origine, donc à 71 800 m du terminus du tapis. Celui-ci aura transporté, entre l'origine et le terminus, $\dfrac{71\,800}{2} + 1 = 35\,901$ voyageurs, soit un tonnage de $35\,901 \times 65 = 2\,333\,565$ kg ou 2 333 tonnes.

b) Tout se passe comme si le tapis roulait à la vitesse de $4 + 6 = 10$ km/h, avançant de $10 \times 18 - 0{,}2 = 179{,}8$ km ou 179 800 m. Il aura transporté $\frac{179\,800}{2} + 1 = 89\,901$ voyageurs, soit un tonnage de 5 843 565 kg ou 5 843 tonnes.
Cette dernière hypothèse n'est d'ailleurs pas réaliste. Les voyageurs arrivant au bout du tapis à 10 km/h et s'écoulant à 6 provoqueraient un rapide embouteillage.

60. Chasse Clou

	faisans	lièvres	perdrix
Clovis	4	8	4
Clodomir	4	2	3
Clotaire	4	4	8

Nombre de coups

Le nombre de coups tirés, 61, est impair. Donc Clodomir a tué une ou trois perdrix. Il ne peut en avoir tué trois, car il n'aurait pas alors à son tableau de chasse des pièces des trois espèces. Donc il en a tué une, en trois coups.

Comment se répartissent les $61 - 3 = 58$ coups restants?
58 n'est pas multiple de 4, or les coups tirés par les trois hommes sont groupés par 4 ou par 8, sauf les coups de Clodomir sur les lièvres. Pour que ce nombre de coups ne soit pas divisible par 4, il faut que Clodomir ait tué un ou trois lièvres. Comme il n'a pu en tuer trois, il en a tué un. Clodomir a donc tué une perdrix, un lièvre, et deux faisans en

$$3 + 2 + 2 \times 4 = 13 \text{ coups.}$$

Clovis et Clotaire ont tiré $61 - 13 = 48$ coups. S'ils n'avaient tiré que des gibiers à quatre coups, cela donnerait $8 \times 4 = 32$ coups. Ils ont tiré en plus $48 - 32 = 16$ coups, donc ils ont abattu quatre animaux à huit coups.
Comme aucun chasseur ne peut tuer trois animaux d'une même espèce, il faut que Clovis ait tué deux animaux à huit coups (deux lièvres) et Clotaire de même (deux perdrix).
Le tableau de chasse final est donc le suivant

	F	L	P		
Clovis	1	2	1	un faisan, deux lièvres, une perdrix	24 coups
Clodomir	2	1	1	deux faisans, un lièvre, une perdrix	13 coups
Clotaire	1	1	2	un faisan, un lièvre, deux perdrix	24 coups
					61 coups

61. L'âge de Clovis

Soient N, P, Q, les âges de Clovis, du père de Clapeyron, et de ce dernier

---

$$\begin{array}{r} P \\ -(N-P) \\ \hline 2P-N \end{array} \qquad \begin{array}{r} Q \\ +(N-P) \\ \hline Q+N-P \end{array}$$

$$2P - N = Q + N - P$$
$$3P = 2N + Q \quad (1)$$

$$\begin{array}{r} Q \\ +(P-Q) \\ \hline P \end{array} \qquad \begin{array}{r} P \\ P-Q \\ \hline 2P-Q \end{array} \qquad \begin{array}{r} N \\ P-Q \\ \hline N+P-Q \end{array}$$

$$N + P - Q = 2P - Q + Q$$
$$P = N - Q \quad (2)$$

Il résulte de (1) et (2) : $N = 4Q$ et $P = 3Q$

63 n'étant pas multiple de 4, ne convient pas. Il faut prendre pour N le multiple de 4 immédiatement supérieur, 64. Alors $Q = 16$ et $P = 48$.
Clovis a soixante-quatre ans, Clapeyron en a seize et son père quarante-huit.

62. Les vaches tricolores

Soient Xn, Yn, Zn, les nombres de vaches blanches, noires, rousses du fils $n(n = 1, 2, 3)$.
Nombre de vaches du lot n : $Xn + Yn + Zn = 10$ (1)
Nombre de veaux du lot n : $3Xn + 2Yn + Zn = 20$ (2)
Xn, Yn, Zn différents de 0

$$Xn \leqslant 5 \qquad Yn \leqslant 5 \qquad Zn \leqslant 5$$

En retranchant membre à membre (1) de (2), on trouve : $Yn = 10 - 2Xn$ (3)

et en portant cette formule dans (1) : $Xn = Zn$.

(3) montre que Yn est pair. Étant non nul et inférieur à 5, il ne peut être que 4 ou 2.
Puisque $Y_1 + Y_2 + Y_3 = 10$, la seule combinaison possible pour les trois Y est 2, 4, 4.

$Y_1 = 2$	alors	$X_1 = 4$	$Z_1 = 4$
$Y_2 = 4$		$X_2 = 3$	$Z_2 = 3$
$Y_3 = 4$		$X_3 = 3$	$Z_3 = 3$

Premier lot : quatre vaches blanches, deux vaches noires, quatre vaches rousses et leurs vingt veaux.
Deuxième et troisième lots : trois vaches blanches, quatre vaches noires, trois vaches rousses et leurs vingt veaux.

63. L'héritage de Colas

Le lot de chaque héritier est formé de deux parties.
Les premières parties des lots des héritiers successifs, 10 000, 20 000, 30 000, forment une progression arithmétique croissante de raison 10 000.
Les deuxièmes parties forment donc — puisque les lots sont égaux — une progression arithmétique décroissante de même raison, 10 000.
Considérons l'avant dernier héritier : la deuxième partie de son lot n'est plus que de 10 000 — puisque cette deuxième partie doit disparaître dans le lot suivant.

Cette deuxième partie est le septième de ce qui reste lorsque l'avant dernier a pris la première partie de son lot.
Ce qui reste est donc $7 \times 10\,000 = 70\,000$.
Le lot du dernier héritier est :
$\frac{6}{7} \times 70\,000 = 60\,000$, valeur commune des lots.
La première progression, qui commence à 10 000, finit à 60 000, et a pour raison 10 000, a 6 termes. Il y a six héritiers.
Si, au lieu de la fraction $\frac{1}{7}$ on avait choisi une fraction $\frac{1}{n}$ (n entier), le nombre d'héritiers aurait été :
$(n - 1)$, et chacun des lots $(n - 1) \times 10\,000$.

64. Séries lettres

(1) Lettres dont la valeur est un nombre premier : ⊗ = K.
(2) La valeur de la première lettre est égale au nombre de lettres du mot : s⊗ . . ⊗hie = sténodactylographie.
(3) Mots de valeur croissante de 1 à 30 : ⊗B⊗ = obi.
(4) La valeur de la première lettre est supérieure de 1 à celle de la dernière : no⊗ = nom.
(5) La valeur de chaque mot est dix fois le nombre de ses lettres : calembour.
(6) Les valeurs des mots successifs sont les nombres premiers de 1 à 101 : m⊗⊗ = mai.
(7) Valeurs des mots un, deux, trois... : ⊗⊗ = 43, valeur de cinq.
(8) Dans chaque mot, la somme des valeurs des consonnes est égale à la somme des valeurs des voyelles : ⊗OI⊗ = doit.

(9) Dans chaque couple de mots, la valeur du second est le carré de la valeur du premier : ⊗a = fa.

(10) La somme des valeurs des lettres de rang pair est égale à la somme des valeurs des lettres de rang impair :
on⊗e = onde, fo⊗ = foi.

(11) Dans chaque mot, les lettres de rang pair ont une valeur paire, les lettres de rang impair une valeur impaire. De plus le nombre des lettres augmente de un à chaque mot, les mots commencent alternativement par des voyelles et des consonnes, finissent alternativement par des consonnes et des voyelles : crédibilité.

(12) La valeur du troisième mot de chaque ligne est la somme des valeurs des deux mots précédents : ⊗⊗ste = xyste.

(13) La valeur du troisième mot de la ligne est : la somme, la différence, le produit, le quotient des deux premiers :
⊗⊗ = da.

(14) Le troisième mot de chaque ligne désigne un ensemble auquel appartiennent les deux premiers. De plus, la valeur du troisième mot est la somme de celles de deux premiers :

⊗⊗⊗⊗⊗ ⊗⊗⊗⊗⊗⊗ = corps simple. ⊗⊗⊗⊗⊗ = unité.

⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗ = hyménoptère.

65. Séries kabbalistiques

(1) La valeur du deuxième mot de chaque couple est la somme des carrés des valeurs des lettres composant le mot précédent :
a⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗⊗t = abracadabrant.

(2) La valeur du deuxième mot de chaque couple est la somme des nombres triangulaires correspondant aux valeurs des lettres

composant le mot précédent. Le nombre triangulaire ou trigon correspondant à n est $1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$. Par exemple, le nombre triangulaire correspondant à 5 est $\frac{5 \cdot 6}{2} = 15$, qui peut s'écrire

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & 1 & & & \\ & & 1 & & 1 & & 1 & & \\ & 1 & & 1 & & 1 & & 1 & \\ 1 & & 1 & & 1 & & 1 & & 1 \end{array}$$

fa = $6 + 1$ trigon de 6 : 21 trigon de 1 : 1 valeur de $1 \otimes \otimes$: 22

$$1 \otimes \otimes = \text{lai}$$

Les deux procédés utilisés font partie de la gématrie kabbaliste.

66. Pythagore édenté

Valeurs des mots : BAC = 6, CACA = 8.
En vertu du théorème de Pythagore, la somme des carrés des côtés de l'angle droit est égale au carré de l'hypothénuse.
Donc (valeur de A $\otimes)^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2$
valeur de A $\otimes = 10$ $\otimes = 9 = \mathrm{I}$ A $\otimes$ est AÏ

67. Le rectangle polisson

On peut raisonnablement supposer que la valeur de « rectangle » exprime la surface. Valeur RECTANGLE = 18 + 5 + 3 + 20 + 1 + 14 + 7 + 12 + 5 = 85. La surface est le produit des deux côtés.

$$85 = \text{valeur DA} \times \text{valeur de } \otimes\otimes\text{N} = 5 \times 17$$

Valeur de $\otimes\otimes$N = 17 ($\otimes\otimes$) a pour valeur 3

$\otimes\otimes$N est BAN

68. A la belle médiane

Les trois mots FI, JE, CAFÉ ont la même valeur 15. La médiane *ad* est égale à la moitié du côté *bc*. Il en résulte, en vertu d'un théorème classique, que l'angle $\widehat{bac} = \alpha$ est droit : $\alpha = 90°$.

69. Clovis perd aux courses

(1) $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$
$371 = 3^3 + 7^3 + 1^3$

(2) Zabulon, qui est barman, pense aux dés à jouer. Le total des points d'un dé qui a 1 sur chacune de ses faces est 6 — qui a 5 est 30 — qui a 6 est 36.

(3) Deux des assertions de Zabulon sont fausses, une est vraie.
a) 1 est vrai, 2 et 3 sont faux. Antoine est sénateur, Boris est sénateur : impossible.
b) 2 est vrai, 1 et 3 sont faux. Antoine n'est pas sénateur. Boris n'est pas sénateur. Carlos est plombier. Antoine et Boris

n'étant ni sénateurs ni plombiers seraient tous deux capitaines. Impossible.
c) 1 et 2 sont faux, 3 est vrai. Antoine n'est pas sénateur. Boris est sénateur. Carlos n'est pas plombier. Carlos ne pouvant être ni plombier ni sénateur est capitaine. Antoine est plombier.

70. La mouche des Durand

Soit G la gare, M la maison des Durand, P le point de rencontre des époux :

G P M

Le jour qui nous intéresse, M^{me} Durand a fait en moins le parcours PGP et économisé 10 minutes. Elle fait donc le parcours PG en 5 minutes, et comme elle serait arrivée à la gare à 19 heures, elle est en P à 18 h 55.
Première réponse : M. Durand a marché 55 minutes.
Deuxième réponse : M. Durand effectue en 55 minutes le même parcours que sa femme en 5, il va donc onze fois moins vite, et M^{me} Durand roule à $4 \times 11 = 44$ km/h.
Troisième réponse : Philomène, qui vole à 60 km/h, a parcouru 5 kilomètres, elle a donc volé 5 minutes.
M^{me} Durand a donc mis 5 minutes pour aller de M en P. Elle aurait mis également 5 minutes pour aller de P en G, soit 10 minutes pour couvrir la distance MG, à la vitesse de 44 km/h.

$$MG = \frac{10}{60} \times 44 = \frac{22}{3} \text{ ou } 7{,}3 \text{ km.}$$

71. Clotaire joue aux dés

La somme des points des faces opposées d'un dé à jouer est toujours 7 (6 et 1, 5 et 2, 4 et 3).
$\boxed{a}$ $\boxed{b}$ $\boxed{c}$ somme des points des faces supérieures $a + b + c$.
On a ajouté à ce total le nombre de points c' de la face inférieure du dernier dé.
Le nouveau total est : $a + b + c + c' = a + b + 7$.
On fait rouler ce troisième dé et on ajoute le nombre de points x de sa face supérieure.
Le nouveau total est $a + b + 7 + x$, soit le nombre de points lus sur les faces supérieures des trois dés dans leur position finale, plus sept.

Dans le deuxième jeu, les totaux successifs sont :

$\boxed{a}$ $\boxed{b}$ $\boxed{c}$ $\quad a + b + c$

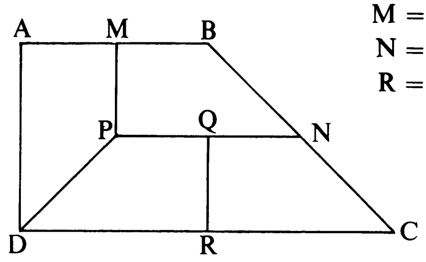
$\quad 7 + 7 + c$

$\boxed{x}$ $\boxed{y}$ $\quad 7 + 7 + c + x + y + (7 - y)$

$\boxed{z}$ $\quad 7 + 7 + c + x + y + (7 - y) + z = 21 + c + x + z$

Le total cherché est le nombre de points lus sur les faces supérieures des trois dés dans leur position finale, plus 21. C'est au moins $21 + 3 = 24$. En énonçant 23, Zabulon s'est donc trompé.

72. Un fabuleux trapéziste



M = milieu de AB
N = milieu de BC
R = milieu de CD

Les quatre petits trapèzes sont égaux entre eux et semblables au grand.

73. L'intrus

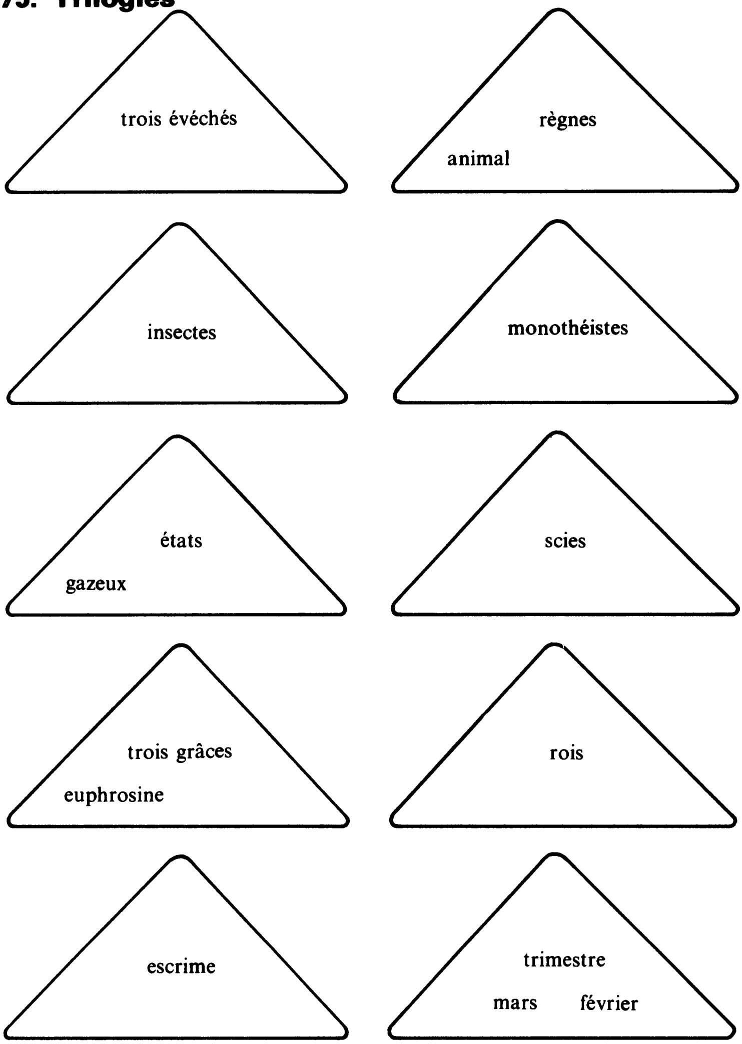
(1) 57 qui n'est pas premier.
(2) *Aussi*, qui n'est pas une préposition.
(3) *Silicium*, qui n'est pas un métal.
(4) 344, qui n'est pas un cube ($7^3 = 343$).
(5) *Mercure*, qui n'est pas un corps simple solide.
(6) *Envers*, qui n'est pas une conjonction.
(7) *Nietzsche*, qui n'est pas un mathématicien.
(8) *Tarentule*, qui n'est pas un insecte.
(9) *Fromage*, qui n'évoque pas le froid.
(10) *Watt*, qui n'est pas une unité de système CGS (un watt = 10^7 erg seconde).
(11) 39 915 800, qui n'est pas une factorielle.
(12) *Hainaut*, qui n'est pas une province française.
(13) *Ammoniac*, qui ne contient pas de carbone.
(14) *Hareng*, qui n'a qu'un sens (ce n'est que le nom d'un poisson).

(15) *Tas,* qui n'est pas homonyme d'un nombre.
(16) *Oléoduc,* qui est sans rapport avec l'eau.
(17) *Truite,* qui a trait à l'eau douce et non à l'eau de mer.
(18) *Requin,* qui n'est pas un mammifère marin.
(19) *Très,* qui n'est pas l'homonyme d'une note de musique.
(20) B, qui n'est pas un carré magique (33, 72, 9).
(21) D, qui n'a pas des côtés tous égaux.
(22) Mots alternativement composés avec les treize premières et les treize dernières lettres de l'alphabet : *potiron.*
(23) Mots comptant 1, 2,..., 13 lettres différentes : *locotracteur.*
(24) La série est formée de mots « autologiques », c'est-à-dire qui répondent eux-mêmes à la définition qu'ils donnent (« français » est un adjectif français, « écrit » est écrit puisque vous êtes en train de le lire, « mot » est un mot). Le mot déplacé dans la série est *américain.* Le cas d'*intrus* est insoluble. Intrus n'est pas autologique (hétérologique), donc c'est un intrus dans cette série, mais si *intrus* est intrus, il est autologique dans le cas présent, il a donc sa place dans la série, mais alors il n'est plus intrus..., etc.

74. Nouvelles intrusions

(1) *Ouvert,* car un cercle ne l'est jamais.
(2) Une *langouste* n'a pas de rapport avec *mouche.*
(3) *Saut à la perche* n'évoque pas le nombre 4.
(4) Le nombre 3 n'a rien à faire avec une *corde à nœuds.*

75. Trilogies



76. Tétralogies

Le mot ou nombre au centre exprime la somme des mots ou nombres aux angles, ceux-ci étant dans un ordre décalé d'un rang, de rectangle à rectangle, dans le sens des aiguilles d'une montre.

1		2
	10	
4		3

(1)

hiver		printemps
	saisons	
automne		été

(2)

maturité		vieillesse
	vie	
adolescence		enfance

(3)

Cl		Br
	halogènes (fluor, chlore brome, iode)	
F		I

(4)

1		4
	30	
16		9

(5)
(carré)

64		1
	100	
27		8

(6)
(cubes)

81		256
	354	
16		1

(7)
(puissance 4)

deux Peaux-Rouges		trois Peaux-Rouges
	dix Peaux-Rouges	
un Peau-Rouge		quatre Peaux-Rouges

(8)

77. L'aristocratie en péril

Remplacer chaque couple de mots par un mot anagramme : « MADAME MARQUISE PERDITION ROUTE CHATEAU ROUE CALÈCHE BRISÉE CHARRETIER VILLAGE REFUSANT RÉPARATION — SITUATION GRAVE — ENVOYER SECOURS URGENCE. »

78. Écrivains clandestins

Faux auteurs et faux titres sont les anagrammes des vrais : Molière, *l'Avare.* — Racine, *les Plaideurs.* — Corneille, *Nicomède.* — La Fontaine, *Contes.* — Victor Hugo, *Marion Delorme.* — Lamartine, *la Chute d'un ange.* — Voltaire, *Micromegas.* — Rimbaud, *les Illuminations.* — Verlaine, *Élégies.* — Baudelaire, *Petits poèmes en prose.* — Beaumarchais, *Mémoires.* — George Sand, *Valentine.*

79. Mélanges zoologiques

Vous retrouverez les phrases originales en remplaçant : Niches, loin, daim, serpent, poule, arnica, raie, limace, taon par leurs anagrammes : Chiens, lion, maid, présent, loupe, canari, aire, malice, nota.

---

80. Le rôti en pot

En changeant une lettre dans chaque mot on obtient pour le dernier vers : « Le pot de beau grès pur. »

81. Aphorisme galant

Une femme est plus agréable au lit qu'une punaise.

82. La jeune fille de nacre et le roué psychiatre

Philémon.

83. Le rendez-vous des pieux gangsters

Prendre les dernières lettres de chaque mot : Saint-Sulpice.

84. Intrigue dans la limonade

Prendre la lettre médiane de chaque mot.
« *Où et quand?* » « *Ici, demain, minuit.* »

85. Le gros Luc

La dernière lettre d'un mot et la première du suivant sont décalées de deux crans. En prenant les lettres intermédiaires on trouve : « *Diamant.* »

86. La gargote orthodoxe

Dans chaque mot, la lettre du milieu est la même que la première lettre. Le mot incomplet peut être *gigot* ou *gigue.* Boris Popov a choisi *gigue* à cause de l'arrivage de chevreuils.

87. Salut clandestin

Prendre la première lettre du premier mot, la deuxième du deuxième mot, etc. On trouve : « *Bonjour.* »

88. Le gang du boiteux

En changeant une lettre dans chacun des mots du message chiffré, on obtient : « *Rendre la came au bot.* »

89. Les alligators bisontins au couvent.

Prendre alternativement les premières lettres des mots de l'un et de l'autre texte : *L'habit ne fait pas le moine.*

90. Premier est treize

Numérotons les mots de la phrase :

« *Il*	*n'*	*y*	*faut*	*à*	*chacun*	*que*	*de*	*paraître*	*toujours*	*le*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

tout	*premier*	*et*	*de*	*ne*	*pas*	*craindre*	*qui*	*combattrait*
12	13	14	15	16	17	18	19	20

contre	*lui*	*coûte*	*que*	*coûte.* »
21	22	23	24	25

et écrivons les mots qui ont pour numéros les premiers nombres premiers 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 : « *Il n'y a que le premier pas qui coûte.* »

91. Le tsar impatient et le postier chinois

Un certain nombre de mots du premier conte deviennent d'autres mots lorsqu'on les lit à l'envers (exemple : *un-nu, camus-sumac, sac-cas, ut-tu, cab-bac, retour-router,* etc.). Ces mots renversés se trouvent dans le deuxième conte, dans le même ordre que les mots originaux du premier : ⊗⊗⊗⊗ : *rats,* ⊗⊗⊗⊗⊗ : *nopal,* ⊗⊗⊗⊗ : *étoc.*

92. Le navet fractionnaire

La loi consiste à donner à chaque mot la valeur d'une fraction égale au rapport du nombre des voyelles au nombre total des lettres.

$$\text{citrouille} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \qquad \text{zigzag} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}\,.$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$$

Le mot cherché compte trois voyelles. C'est *voie.*

93. Problèmes de dames

Voici la solution générale du D[r] Günther pour un échiquier de n^2 cases. Écrivons sur les cases de l'échiquier

	1	2	3	4		n-1	n
1	a_1	b_2	c_3	d_4			
2	x_2	a_3	b_4	c_5			
3	y_3	x_4	a_5	b_6			
4	z_1	y_5	x_6	a_7			
n-1						a_{2n-3}	b_{2n-2}
n							a_{2n-1}

et considérons ce tableau comme un déterminant. Les solutions sont fournies par les termes du déterminant — s'ils existent — qui ne contiennent pas deux fois la même lettre ou le même indice. En effet, chaque terme du déterminant contenant un élément et un seul de chaque ligne et de chaque colonne indique les positions de reines qui ne peuvent se prendre par le mouvement de la tour. Lettres et indices sont disposés selon le mouvement diagonal du fou. Donc les termes ne comprenant pas deux fois la même lettre ou le même indice indiqueront les positions de reines qui ne peuvent se prendre par le mouvement du fou. Cette méthode, appliquée à un échiquier de 64 cases ou plus, est évidemment très laborieuse, et même impraticable (plus de 40 000 termes).

Pour les petits échiquiers, on peut appliquer plus simplement la méthode « au plus près ». Une reine Rp étant placée, on cherchera à placer la reine R$p+1$ sur la plus basse ligne de la colonne suivante.

Exemple d'un échiquier de 4^2 cases : plaçons R sur la plus basse ligne possible en $a1$. On voit que R2 ne peut être placée ni en $b2$, ni en $b3$, ni en $b4$, car, dans ce dernier cas, il n'y aurait pas de place acceptable pour R3. Il faut donc remonter R1 en $a2$, et l'on trouve la solution $a2$, $b4$, $c1$, $d3$.

4		X		
3				X
2	X			
1			X	
	a	b	c	d

C'est la solution unique si l'on ne considère pas comme distinctes les solutions qui peuvent se déduire les unes des autres par déplacements (rotations, symétries). Dans le cas présent, il y a bien une deuxième solution : *a*3, *b*1, *c*4, *d*2, mais elle peut être déduite de la précédente par symétrie par rapport à la diagonale *a*1*d*4.

Pour l'échiquier de 5^2 cases ($n = 5$), on trouve les solutions distinctes : *a*1, *b*3, *c*5, *d*2, *e*4, et *a*2, *b*5, *c*3, *d*1, *e*4.

Pour $n = 6$, on trouvera, en particulier : *a*2, *b*4, *c*6, *d*1, *e*3, *f*4.

Dans le cas de l'échiquier ordinaire de 64 cases ($n = 8$), il y a 46 solutions fondamentales, comportant chacune 7 variantes par déplacement; donc, au total, 352 solutions.

94. Mariages insulaires

Il est tout de suite évident que la fille B*b* pourra avoir eu n'importe quels parents, et ne pourra donc pas se marier. Il est d'ailleurs aisé de vérifier que, sans les précisions de la fin de l'énoncé, dont nous allons maintenant tenir compte, aucun mariage ne serait possible.

Notations : HJ est l'enfant d'Hélène et de Jean. N*b* est un (une) noir(e) aux yeux bleus, B*n* un (une) blond(e) aux yeux noirs, etc.

Parents :	H	N	M	×	J	R	P
	N*b*	B*b*	B*n*		N*b*	B*b*	B*n*

Garçons : N*n* peut être fils de : HP, MJ.
N*b* peut être fils de : HJ, HR, HP, NJ, MJ.
B*n* peut être fils de : HP, NP, MJ, MR, MP.

Filles : N*n* peut être fille de : HP, MJ.
B*n* peut être fille de : HP, NP, MJ, MR, MP.
B*b* peut être fille de n'importe quel couple.

R a deux filles, qui sont donc B*n* et B*b*; M étant mère de B*n* et n'ayant qu'une fille, N*n* est née du couple HP. Alors la mère de B*b* qui n'est ni M ni H est N.

Le tableau des filles se présente ainsi :

N*n*	fille de	HP
B*n*	fille de	MR
B*b*	fille de	NR

Puisqu'il n'y a pas de vrais frères et sœurs, le garçon N*n* est né de MJ. Le garçon N*b* ne pouvant être fils de R (qui n'a que des filles), ni de M (déjà mère de N*n*), ni né de HP (il aurait une vraie sœur), ne peut être né que de HJ ou NJ. Le garçon B*n*, qui ne peut être né de HP, ni fils de M, est né de NP. Alors le garçon N*b*, qui ne peut être fils de N est né de HJ.

On a finalement le tableau suivant :

Garçons : N*n* est le fils de MJ
N*b* est le fils de HJ
B*n* est le fils de NP

Filles : N*n* est la fille de HP
B*n* est la fille de MR
B*b* est la fille de NR

Il n'y a qu'une solution pour que tous les jeunes gens puissent se marier : le garçon N*n* épouse la fille N*n*, le garçon N*b* épouse la fille B*b*, le garçon B*n* épouse la fille B*n*.

95. Relativité nautique

On peut prendre la rivière comme système de référence.
De la première à la seconde rencontre, John a ramé vers l'amont pendant : 30 + 14 + 10 = 54 minutes.
Son déplacement total relativement à la bouteille, donc par rapport à l'eau, est évidemment nul et par suite son parcours vers l'amont est égal et opposé à son parcours vers l'aval.
Comme dans ce dernier parcours, sa vitesse par rapport à l'eau est deux fois plus petite que durant le premier, vers l'amont, John aura ramé vers l'aval deux fois plus de temps que vers l'amont soit : 2 × 54 = 108 minutes.
Ayant dérivé pendant 18 minutes, il retrouve donc la bouteille au bout de : 54 + 108 + 18 = 180 minutes, soit 3 heures.
Comme le repêchage a eu lieu à 3 kilomètres de la première rencontre, la vitesse du courant est donc :

$$\frac{3}{3} = 1 \text{ km/heure.}$$

96. Récusation

Le titre insolite est un mot de dix lettres toutes différentes. On est conduit à penser qu'il constitue une clef numérique et à écrire les dix chiffres sous ses dix lettres :

R É C U S A T I O N
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

OIE = 982	TRI = 718	EAU = 264	982 − 718 = 264	(!) est −
RAT = 167	SOI = 598	TAS = 765	167 + 598 = 765	(!) est +
OR = 91	EN = 20	RIEN = 1 820	91 × 20 = 1 820	(!) est ×
RAI = 168	RU = 14	168 + 14 = 182, ou RIE, qui n'est pas un mot		
		168 − 14 = 154, ou RSA, qui n'est pas un mot		
		168 × 14 = 2 352, ou ECSE, qui n'est pas un mot		
		168 : 14 = 12 ou RÉ.		
		(!) est : (?) est RÉ.		

97. Le facteur thym

$$583\,380 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 463.$$

Le nombre THYM contient le facteur premier 463.

$$\text{THYM} = p \cdot 463, \qquad p \text{ étant un nombre entier.}$$

ON ayant au plus la valeur 98,

$$\text{THYM} \geqslant \frac{583\,380}{98}, \qquad p \geqslant \frac{1\,260}{98} = 12{,}8, \qquad p \geqslant 13.$$

D'autre part, THYM étant au plus égal à 9 876*, $p \leqslant \dfrac{9\,876}{463} = 21{,}3$,

donc $13 \leqslant p \leqslant 21$, et, comme p ne peut être formé que des facteurs 2, 3, 5, 7 : $14 \leqslant p \leqslant 21$.

$$p = 14, 15, 18, 20 \text{ ou } 21.$$

$p = 14$	THYM = 6 482	ON = 90
$p = 15$	THYM = 6 945	ON = 84

* Le plus grand nombre de quatre chiffres différents.

mais Y et N représenteraient le même chiffre 4, ce qui serait contraire à nos conventions.

$$p = 18 \qquad \text{THYM} = 8334$$

mais H et Y représenteraient le même chiffre 3. Impossible.

$$p = 20 \qquad \text{THYM} = 9\,260 \qquad \text{ON} = 63$$

mais Y et O représenteraient le même chiffre 6. Impossible.

$$p = 21 \qquad \text{THYM} = 9\,723 \qquad \text{ON} = 60.$$

Arithmétiquement il y a deux solutions possibles :

THYM = 6 482, ON = 90 et THYM = 9 723, ON = 60.

La première solution donne :

· M · H · T · Y O N
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Le seul mot possible est : A M P H I T R Y O N. La seconde solution ne correspond à aucun mot de la langue française.

98. Cherchez la troisième

Les mots donnés sont les valeurs littérales du polynome, de sa dérivée et de sa dérivée seconde pour X = 1.

$y = 53X^3 + 67X^2 + 98X + 16$	$X = 1$	$y = 234$ = ÉCU
$y' = 159X^2 + 134X + 98$	$X = 1$	$y' = 391$ = COR
$y'' = 318X + 134$	$X = 1$	$y'' = 452$ = USE

La dérivée troisième est $y''' = 318$ $\qquad$ $y''' = 318$ = CRI

(?) = CRI.

99. La conspiration de « Novembre jaune »

(1) Le chef de l'exécutif disposant d'un mot clef de cinq lettres, donc ne pouvant transposer que cinq chiffres, utilise le système de numération de base 5.

M I T R E
1 2 3 4 0

$72 = 2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5 + 2$ s'écrit 242 ou IRI.
$648 = 1 \cdot 5^4 + 4 \cdot 5 + 3$ s'écrit 10 043 ou MEERT.

(2) Il faut d'abord trouver le nombre de lettres du mot clef du chef suprême. Il est logique de supposer que ce nombre est égal à la base du système de numération employé à cet échelon. Soit n cette base dans notre système décimal.

$[\mathrm{LE}] = \mathrm{L} \cdot n + \mathrm{E} = 72.$
$[\mathrm{LEE}] = \mathrm{L} \cdot n^2 + \mathrm{E} \cdot n + \mathrm{E} = n(\mathrm{L} \cdot n + \mathrm{E}) + \mathrm{E} = 648 = 9 \times 72.$

$$n \times 72 + \mathrm{E} = 9 \times 72$$
$$(9 - n) \times 72 = \mathrm{E} \qquad (1).$$

Or E est inférieur à 72, car LE = 72. Si L = 0, E = 72, mais alors, d'après (1) $n = 8$, et il ne peut exister de chiffre (72) dans un système de base 8.
E étant inférieur à 72, (1) n'est possible que si E = 0, $n = 9$, d'où L = 8.
Le mot clef du chef suprême a neuf lettres, se termine par LE (8, 0) et commence par M.

M · · · · · · L E
1 2 3 4 5 6 7 8 0

Parmi les six lettres inconnues se trouvent I, T, et R.
Le mot clef ne peut être que M A T R I C U L E.

100. L'équation du rein

Soit x' et x'' les deux racines de l'équation.

$$x' + x'' = 32 + \text{UN} = \text{TE}$$
$$x' \cdot x'' = 32 \cdot \text{UN} = \text{REIN}.$$

On a $\text{N} = 0$.

$$32 + \text{U0} = \text{TE} \qquad \text{d'où} \qquad \text{E} = 2 \qquad \text{et} \qquad 3 + \text{U} = \text{T}$$
$$32 \cdot \text{U} = \text{R2I}.$$

$\text{U} = \text{T} - 3$, et $32 \cdot \text{U}$ est un nombre de trois chiffres. Il en résulte : $4 \leqslant \text{U} \leqslant 6$ (1).

D'autre part, R2I étant divisible par 4, 2I l'est aussi et, par conséquent, $\text{I} = 0$, 4 ou 8.

$\text{I} = 0$ est impossible ($\text{N} = 0$). $\text{I} = 4$ entraîne $\text{U} = 2$ ou $\text{U} = 7$, ce qui est impossible d'après l'inégalité (1). Donc $\text{I} = 8$, $\text{U} = 4$ d'où $\text{T} = 7$, $\text{R} = 1$.

R E · U · · T I · N

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

9 ne peut être que O pour des raisons de vocabulaire. D'autre part le mot contient G. Ce ne peut être que :

RÉGULATION, et $\text{G} = 3$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

101. Alpiniste et orientaliste

R A T	A R E	D A
O I E	I O N	C I

Les lettres du premier mot clef sont R, A, T, E, D, celles du second O, I, E, N, C.
Avec R A T E D, on peut former D A T E R et A D R E T; à D A T E R correspond C I E N O, qui n'a pas de sens; à A D R E T correspond I C O N E. Les deux mots clefs sont : A D R E T et I C O N E.

102. Boissons classiques

Puisqu'il faut chercher dans V A I N et dans É T A U, considérons ces deux mots comme mots clefs.

V A I N	130 = V I N	É T A U	130 = E A U
1 2 3 0		1 2 3 0	

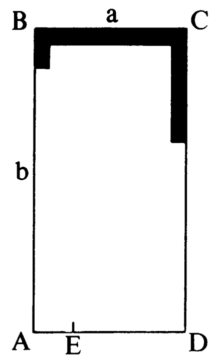
Il fallait trouver V I N et E A U.

103. Les demoiselles énigmatiques

Gisèle : 3 (rue) Saint-Vincent.
Monique : 7 (rue) Milcent (Paris 20^e).
Nicole : 10 square Violet.
4^e demoiselle : « A l'Ours Martin », au coin de la rue aux Ours et de la rue Saint-Martin.
5^e demoiselle : 12 rue de Vaugirard. Tous les lycéens savent que le nombre atomique du carbone est 12.

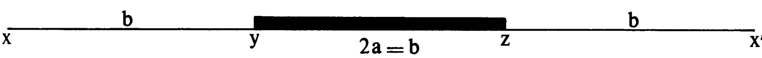
104. Les princes de l'algèbre

$$e^{i\pi} = -1$$



105. Le rendez-vous de Saint-Eustache

M^{me} Durand apercevra son mari entre E et A, ou, lorsqu'elle sera arrivée en A, entre A et B, s'il a sur elle une avance inférieure au grand côté de la galerie (*b*). De même M. Durand apercevra sa femme s'il a sur elle un retard inférieur à *b*. Si nous développons la galerie à partir d'une position de M^{me} Durand



les époux s'apercevront si M. Durand est sur les tronçons X Y ou Z X′, ils ne pourront s'apercevoir si M. Durand est sur le tronçon Y Z.

Comme il n'y a pas de raison pour que M. Durand soit en un point plutôt qu'en un autre de la galerie lors de l'entrée de sa femme, la probabilité que les époux ne s'aperçoivent jamais est :

$$\frac{\mathrm{YZ}}{\mathrm{XX'}} = \frac{2a}{2b + 2a} = \frac{1}{3}$$

106. Les chiffres perdus

La série est celle des factorielles, de 1! à 17!
Les factorielles à partir de 6! sont divisibles par 9. En sommant leurs chiffres et retirant 9 chaque fois que cela est possible, comme dans la preuve par 9, on doit arriver à un résidu de 0. Dans 20 922 789 8⊗8 000, sans tenir compte de ⊗, on arrive à 1. Donc ⊗ = 8.
Dans le cas de 355 687 428 ⊗96 000, on arrive à un résidu de 0. ⊗ peut donc être 0 ou 9. Pour lever l'indétermination, il faut remarquer que les factorielles, à partir de 11!, sont divisibles par 11.
La somme des chiffres de rang pair doit donc être égale à la somme des chiffres de rang impair, à un multiple de 11 près. Ce qui entraîne ⊗ = 0.

107. Séries simples

(1) Les termes successifs sont les chiffres correspondants accolés à leurs symétriques.

(?) est 88

(2) Les termes sont les lettres de l'alphabet dont la partie inférieure a été rabattue sur la partie supérieure autour d'un axe horizontal passant au milieu de leur hauteur.

(?) est  (K)

108. Scandale au club des Six

Les produits successifs sont des nombres compris entre des doublets de nombres premiers (deux nombres premiers différant de deux). 60 958 037 939 144 × 6 ne peut faire partie de ces nombres, car il se termine par 4. Le nombre supérieur d'une unité se termine par 5, et est divisible par 5, donc non premier.

109. Un nombre phénix

Les produits de 123 456 789 par 2, 4, 5, 7 et 8 sont tous des nombres obtenus par permutation des neuf chiffres significatifs. Le produit de 123 456 789 par 3, 370 370 367, n'obéit pas à cette loi (parce que 3 n'est pas premier avec le nombre considéré).
Le mathématicien C. A. Laisant a énoncé dans *l'Intermédiaire des mathématiciens*, en 1894, une proposition qu'il nous dit, toutefois, n'avoir pas réussi à démontrer : Soit le nombre $N = 1\,234 \ldots n$, dans un système de numération de base $n + 1$. Si l'on forme le produit de N par un multiplicateur inférieur à n et premier avec N, ce produit s'écrira avec les chiffres 1, 2, 3,... n, pris chacun une seule fois et convenablement permutés.

110. Clovis Clou retrouvé dans un grenier

Élevant 898 423 au carré, on constate que :

$$\begin{aligned} 807\,164\,785\,352 &= (898\,423)^2 + 898\,423 \\ &= 898\,423\,(898\,423 + 1) \\ &= 898\,423 \times 898\,424 \end{aligned}$$

Divisons les deux membres de cette égalité par 8.

$$\begin{aligned}100\,895\,598\,169 &= 898\,423 \times \left(\frac{1}{8} \times 898\,424\right)\\ &= 898\,423 \times 112\,303\end{aligned}$$

Il n'y a pas d'autre solution de décomposition en facteurs de six chiffres. (La solution est en tout état de cause unique, les deux facteurs trouvés étant premiers.)

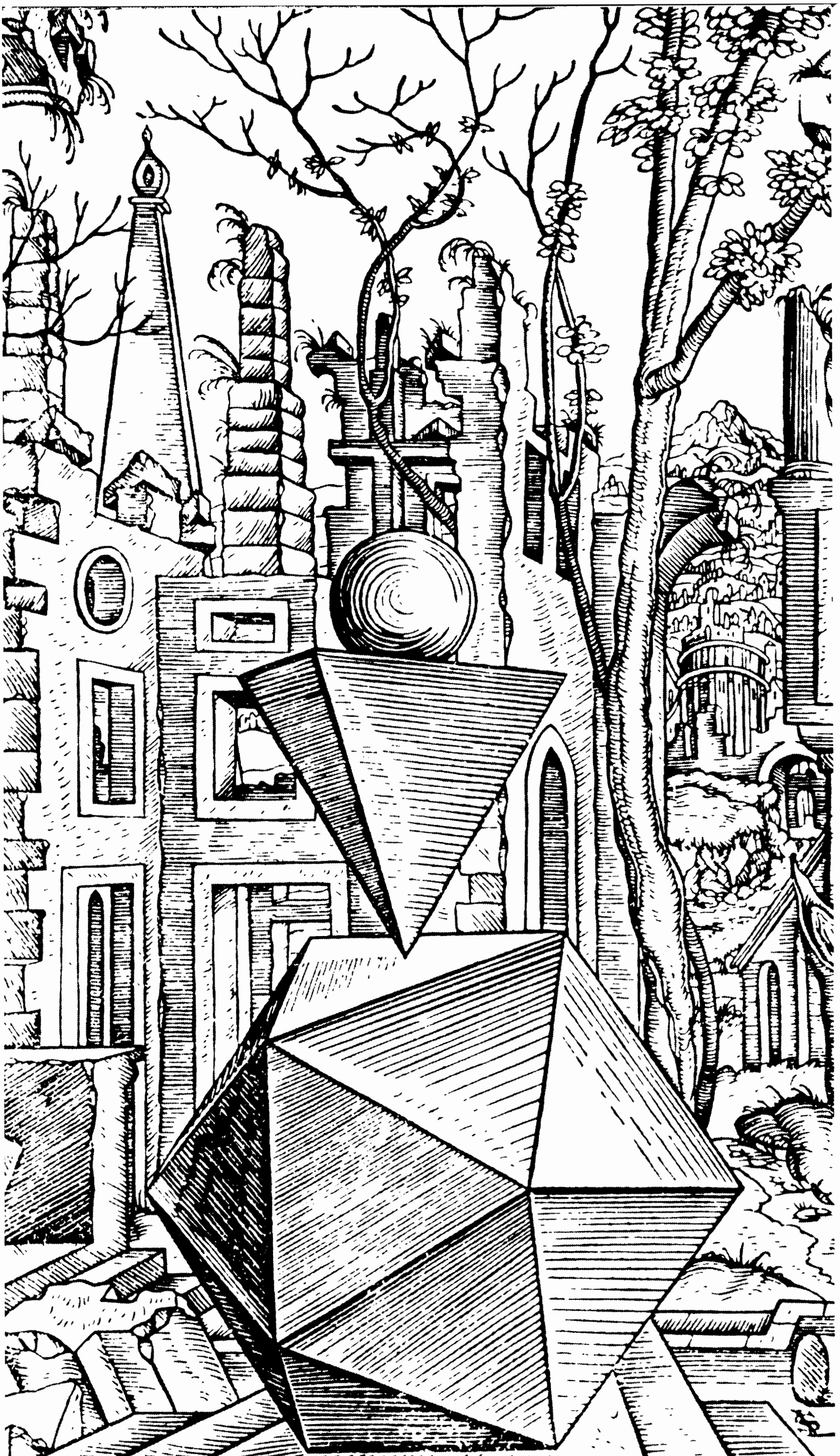
111. La fille du garde-barrière

La réponse correcte aux questions posées est :

(1)	1	(6)	1	(11)		(16)	
(2)		(7)		(12)	1	(17)	
(3)		(8)	1	(13)		(18)	1
(4)		(9)	1	(14)	1	(19)	
(5)	1	(10)		(15)		(20)	?

Si la fille du garde-barrière est rousse, on obtient le nombre 111 111 111. Ce nombre n'est pas divisible par 2^2, mais par $3^2 = 9$. Son quotient par 9 donne : 12 345 679. En retranchant 1 à ce quotient on obtient : 12 345 678, qui est bien un nombre remarquable.

En supposant que la fille du garde-barrière ne soit pas rousse, on obtiendrait le nombre 11 111 111. Le traitement attentif de ce nombre montrera sans calculs qu'il est égal à $11 \times 101 \times 10\,001$. Ces trois facteurs sont premiers. Donc 11 111 111 n'est pas divisible par un carré. Donc la fille du garde-barrière est rousse.



R. Regades 13 / son 12 et 3 / fan ...
multiplica 44 / per 23 / montan $\frac{1264}{12}$ que deuen
partir per $\frac{1}{2}$ que son $\frac{9}{2}$. Redusir o en aquesta ma-
niera. multiplica 9 per 12 et 2 per 1264 / en
aquesta maniera seguent axi com ap-
par aissi al marge. Et redusir monta
lo partidor 108 / et la suma que se deu par-
tir monta 2430 / dirats partir 2430 per 108 que n-
ne 22 / et 108 / Et aitant valen.

1264

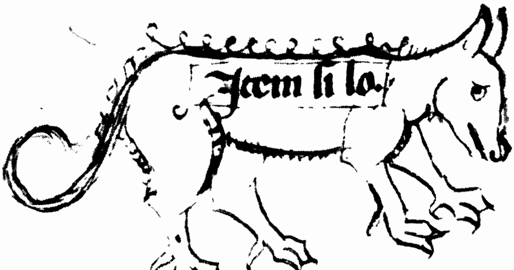
12

2430

108

Item si $\frac{2}{3}$ valen $\frac{3}{2}$ / que valen $\frac{2}{4}$ / Resposta
multiplica los $\frac{2}{4}$ que voles saber per $\frac{3}{2}$ / que
son quatre monta la multiplicatio 20 que deues
partir per $\frac{2}{3}$ / mas primerament redusir ton par-
tidor et la suma que deues partir ad un deno-
dor monta lo partidor 20 / et la suma que deu
partir 18 / partir 18 / per 20 / ne ve 20 / et aytant
valen /

Item si la $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ de una causa valen 3
quant val tota la causa Resposta redu-
sir $\frac{1}{2}$ et lo $\frac{1}{3}$ / que son 6 forma ta questio si
4 / que son $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ de 6 valen 3 / que valen 6
que son tota la causa entieira. multiplica
que voles saber per 3 / que es son ... monta
partir per 4 / que ne ve 3 / et $\frac{?}{4}$ / et aitant val
tota la causa. et es fet lo ...



un document
le premier essai
de récréations
mathématiques

Dans un mémoire qu'il adressait en 1841 à l'Académie des sciences, Michel Chasles annonçait qu'il avait trouvé la fameuse notation des exposants, jusque-là attribuée à Descartes, dans un ouvrage de 1520 intitulé : Larismétique et géométrie de Maistre Estienne de la Roche, *ouvrage dont l'auteur citait le traité d'algèbre d'un auteur français antérieur. « Il est à désirer, dans l'intérêt de l'histoire, que ce dernier ouvrage ne soit pas entièrement perdu », concluait Chasles.*

L'ouvrage n'était pas perdu. Il fut retrouvé quarante ans plus tard grâce au Bulletino di Bibliografica e di Storia delle scienze matematiche e fisiche *publié à Rome en 1880 et qui signalait l'existence, à la Bibliothèque nationale de Paris, du «* Triparty en la Science des Nombres, *par Maistre Nicolas Chuquet, Parisien. » Il en donnait par ailleurs le contenu.*

Ce manuscrit, qui a été « commance medie et finy a Lyon sur le rosne lan de salut 1484 », est le premier traité d'algèbre écrit par un Français [1], *et de plus un ouvrage*

1. Écrit par un Français en français. Il existe en effet un manuscrit écrit en hébreu vers 1350 par Emmanuel Bonfils, mathématicien juif de Tarascon où l'on trouve déjà de très intéressants développements sur le calcul exponentiel, et l'invention des fractions décimales.

très étonnant. On y trouve non seulement la somme de toutes les connaissances de l'époque — résolution des équations du deuxième degré, progressions arithmétiques et géométriques, etc., mais aussi des innovations aussi importantes que la mise en œuvre des exposants, et le germe de la théorie des logarithmes qui fit cent trente ans plus tard la gloire de sir John Napier.

Sur Nicolas Chuquet, on ne sait rien si ce n'est ce qu'il nous dit lui-même, qu'il naquit à Paris, fut bachelier en médecine et vécut à Lyon à la fin du XV^e^ *siècle. Son manuscrit appartint après sa mort à l'auteur cité par Chasles, Estienne de la Roche, dit Villefranche, qui en tira la matière de* Larismétique et géométrie *publiée à Lyon, dans laquelle il copia servilement certains passages, tandis qu'il tronquait et dénaturait certains autres. Acheté ensuite par le gentilhomme italien Leonardo de Villa, le manuscrit entra à la Bibliothèque Colbert puis, en 1732, dans celle du roi. Il est aujourd'hui classé sous le numéro 1346 dans le Fonds français de la Bibliothèque nationale.*

Si nous parlons ici du Triparty, *c'est parce qu'il contient un chapitre dans lequel les théories de l'auteur sont appliquées à des problèmes plaisants, et qui est intitulé : « Jeux et esbatemens qui par la science des nombres se font. »*

Nous reproduisons ci-dessous, dans sa langue originale, ce chapitre qui constitue, croyons-nous, le premier essai de récréations mathématiques[1].

S'ensuivent les jeux et esbatemens qui par la science des nombres se font.

Et primo s'ensuyt le jeu du novenaire qui est tel. Se veulx scavoir le nombre que aulcune personne aura ymaginé et qu'il tient en sa pensée, dys luy qu'il triple ce qu'il a ymaginé et de cellui triple qu'il en preigne la moictié et icelles faiz luy encores tripler et de ce triple faiz luy en oster une ou plusieurs neufvaines comme 18, 27, 36 etc. et ce continue et reitere par plusieurs foiz jusques à ce que de son nombre il n'en puisse lever plus milles neufvaines entières puis encores dys luy que de ce qu'il luy reste il en oste 1 ou 2 ou 3 ou quelque aultre nombre qui soit moins de 9 car s'il en peult lever 1 seulement ou 2 ou quelque nombre comptes le pour 1 puis secrettement pour chascune neufvaine que luy as fait oster de son nombre compte 2 et

1. *Outre ce chapitre, le* Triparty *contient un certain nombre de problèmes concrets s'apparentant aux récréations. Une partie de ceux-ci se trouve également dans un manuscrit anonyme en langue du pays de Foix,* Lart de Lalgoris, *datant du* XV*e siècle, sans qu'on puisse décider s'il est antérieur ou postérieur au* Triparty; *ils y sont traités par l'arithmétique pure, alors que Chuquet les résout par l'algèbre.* Lart de Lalgoris *se compose des feuillets 19 à 120 d'un manuscrit classé au Fonds français de la Bibliothèque nationale sous le nº 4140* (*N.A.F.*).

Sensuyvent les jeux et esbatemens qui par la science des nombres se font.

Et premierement sensuyt le jeu du nonenaire qui est tel. Se tu veulx scavoir le nombre que aulcune personne aura ymagine et quil tient en sa pensee. Dys luy quil tripple ce quil a ymagine Et de cellui tripple quil en preigne la moitie Et icelle faiz luy encores tripler Et de ce tripple faiz luy en oster une ou plusieurs neufaines comme. 18. 27. 36. etc. Et ce continue et reitere par plusieurs foiz jusques a ce que de son nombre il nen puisse lever plus nulles neufaines entieres. Puis encores dys luy que de ce quil luy reste il en oste. 1. ou. 2. ou. 3. ou quelque aultre nombre qui soit moins de. 9. Car sil en peult lever. 1. seulement ou. 2. ou quelque nombre comptes le pour. 1. Puis seront comptez pour chascune neufaine que luy as fait oster de son nombre compte. 2. Et par ainsi sauras ce quil avoit ymagine.

Exemple. Sil avoit ymagine. 5. On luy fait tripler et monte. 15. Dont il en retient seulement la moitie qui est. 7. $\frac{1}{2}$. Laquelle on luy fait encores tripler monte. 22 $\frac{1}{2}$. Puis on luy peult dire selon que len pense quil a ymagine grant nombre ou petit on luy dit que de son nombre il en oste plus ou moins de 9.^{nes} pour avoir plus tost fait. Or luy disons que de son nombre il en lieve. 18. et quil garde le residu. Puis encores du residu quil en lieve. 9. se il se peult faire Et il respond que non Dys luy dont quil en lieve. 1. ou. 2. a ton plaisir ne chault lequel mais quil se puisse faire Car soit. 1. ou. 4. ou. 8. ce quil en oste moins de. 9. ce signifie. 1. et les. 2. neufaines signifient. 4. avec. 1. font. 5. qui est le nombre quil avoit ymagine.

Le jeu des choses egales.

Si une personne avoit autant de pierres de monnoye ou daultres choses en lune des mains comme en laultre Et tu veulx scavoir quantes il en y a par maniere quil semble par ainsi sauras ce qu'il avoit ymagine, exemple : s'il avoit ymaginé 5 on luy fait tripler et monte 15 dont il en retient seulement la moictié qui est $7\frac{1}{2}$ laquelle on luy fait encores tripler monte $22\frac{1}{2}$ puys on luy peult dyre selon que l'on pense qu'il a ymaginé grant nombre ou petit on luy dit que de son nombre il en oste plus ou moins de neufvaines pour avoir plus tost fait or luy disons que de son nombre il enlyeve 9 et qu'il garde le residu puis encores du residu qu'il enlyeve 9 se il se peult faire et il respond que non dys luy dont qu'il enlyeve 1 ou 2 a ton plaisir ne chault lequel mais qu'il se puisse faire car sort 1 ou 5 ou 8 ce qu'il en oste moins de 9 ce signifie 1 et les 2 neuf signifient 4 avec 1 font 5 qui est le nombre qu'il avoit ymaginé.

Le jeu des choses égales.

Si une personne avoit autant de pieces de monnoye ou d'aultre choses en l'une des mains comme en l'aultre et tu veulx scavoir quantes il en y a par maniere qu'il semble que tu le devines dys luy qu'il en meites d'une main en aultre tel qui te plaira luy dire pour veu qui le puisse faire car s'il n'en avoit tant tu luy doiz amoindrir son nombre et ce fait dys luy qu'il en retorne de la main ou il a mys le dit nombre en l'aultre main ou il avoit pris autant comme il y en estoit demoure. Saches que en la main en laquelle avoyes commande au premier mettre le nombre illec est le double d'icellui. Exemple : posons que en chascune main eust 12 deniers et tu ne le sceusses pas tu luy peulx dire que de la main dextre il mette en la main senestre 7 se il se peult faire et se fait tu luy diras que de la senestre il en remette en la dextre autant comme il en y a pour celle heure adonc saches que en la senestre a 14 qui est le double de 7 que luy avoyes dit et se veulx scavoir qu'il a en la dextre tu le peulx scavoir par le novenaire et ce fait luy pourras dire que es deux mains il tient 14 c'est assavoir 14 en la senestre et 10 en la dextre.

Le jeu du cercle.

Se avoyes ung nombre de pieces d'argent ou d'aultre chose mises en ung cercle et ung homme en choysist une en son entendement se luy veulx faire a croyre que tu scez laquelle il a ymaginee saches secretement tout le nombre des pieces puis prens en une manifestement et luy dys qu'il commance de compter a icelle en telle maniere qu'elle soit la premiere et celle qu'il a choysie soit la derreniere. Apres saches par quelle voye il a compte cest assavoir s'il acompte en tyrant vers dextre ou vers senestre et par icelle voye compte semblablement sus tout le nombre des pieces et comptes tant qu'il te plaira secrettement et que la derreniere en quoy demourras a compter soit comptee deux foiz. En apres dys luy qu'il commance de compter sur son nombre secret la ou as laysse de compter et qu'il compte au rebours et au contraire de la voye que toy et luy avies compte et que il compte bas et secrettement jusques au nombre que avoyes. Toy mesmes compte et luy diz que la ou ton nombre sera acomply illec est celle qu'il avoit ymaginee. Exemple soit ung cercle *abc* auquel ayt 12 pieces et posons que la piece *b* soit ymaginee et choysie secrettement en luy peulx dire qu'il commance de compter la ou tu vouldras or posons *a* la piece *a* en tyrant vers *bc* jusques à la sienne secrettement sans mot dire et qu'il garde le nombre en son entendement et ce fait tu compteras semblablement de *a* en tyrant vers *bc* en telle maniere que la piece *a* soit 13 car ja tu tiens 12 pour cause des 12 pieces qui sont au cercle et puis la prochaine d'apres sort 14 et ainsi continuant a ton plaisir jusques a celle que vouldras disons jusques a la 22e laquelle doiz compter deux foiz et seront 23 et ce fait luy diras que sus le nombre qu'il tient secret qu'il compte en commancant *a c* et tyrant par *b a* jusques a 23 qui est le nombre que avoyes compte comme se il tenoit 7 secrettement *c* seroit 8 et l'aultre prochaine 9 etc. et luy dys pour vray que la 23^{e} qu'il trouvera est celle qu'il avoit ymaginee. Et par ce jeu peult on scavoir l'amant ou l'amye quant ilz sont en une dance ou compaignie mise par ordre et par le novenaire l'on peult dire quel jour de la septaine ou du moys l'amant a bayse sa mye.

Le jeu de deux choses diverses.

Si ung homme avoit deux choses dissemblans comme sont or et argent et en l'une des mains il tenest l'or et en l'aultre l'argent se tu veulx scavoir aultrement par semblance et maniere de deviner donnes a l'or ung certain pris et a l'argent aussi ung aultre pris tellement que l'ung soit par et l'aultre impar comme par exemple dys luy que l'or vaille 4 et l'argent 3 et ainsi de tous aultres nombres mais que l'ung soit par et l'autre impar apres dys luy qu'il multiplie par le nombre impar ce qu'il tient en la dextre et ce qu'il tient en la senestre par le nombre par et puis ces deus multiplicacions adjostees ensemble demandes luy si la somme totale est nombre par ou impar car s'il est impar c'est signe que en la dextre est l'argent et en la senestre l'or. S'il est par cest signe que l'or est en la dextre et l'argent en la senestre telle chose se pourroit scavoir par une seule multiplication mais il seroit trop evident.

Le jeu des troys choses diverses.

Troys hommes ont chascun une chose dissemblant de l'aultre se veulx scavoir lequel d'eux a laquelle c'est assavoir ung tel a telle chose et tel a telle prens 24 pierres ou 24 gettons ou aultres choses desquelles tu en bailleras 1 auquel qu'il te plaira puis 2 a l'aultre et 3 au derrenier et puis va t'en a part et dys ainsi qui aura telle chose pour chascune pierre que luy ay baille qu'il en preigne 1 de celles que vous ay

1	2	3	0
b	*c*	*d*	1
b	*d*	*c*	3
c	*d*	*b*	5
c	*b*	*d*	2
d	*b*	*c*	6
d	*c*	*b*	7

laisse puis dys qui aura telle chose pour chascune pierre que luy ay baille qu'il en preigne 2 de celles qui restent et encores dys qui aura telle chose pour chascune pierre que luy ay baille qu'il en preigne 4 et retiens bien l'ordre comme tu as nomme ces troys choses apres viens et regardes le reste des pierres car par telle reste peulx scavoir ce que chascun d'eux a car si il reste 1 pierre c'est signe que cellui a qui tu avoyes baille 1 pierre a la premiere des troys choses que as nomme et cellui qui a deux pierres a la deuxieme et cellui qui a eu troys pierres a la tierce et se il reste 3 pierres cellui a qui avoyes baille 1 pierre a la premiere chose cellui de 2 pierres a la tierce chose et cellui de 3 pierres a la seconde et ainsi des aultres restes comme peulx veoir en la figure en laquelle 1, 2, 3 qui sont en la superiore partie signifient les pierres que as baillees et 1 3 4 5 6 7 qui sont a dextre sont ce qu'il peult demourer quant chascun a pris ce que on leur avoit dit et *b c d* representent les troys choses diverses c'est assavoir *b* la premiere *c* la seconde et *d* la tierce.

Le jeu de l'aneau.

En une compaignie de plusieurs personnes en a une qui a ung aneau ou une verge d'or ou d'argent se veulx scavoir qui l'a en quelle main en quel doyt et en quelle joincte il est fais que les personnes soient assises par ordre de nombre en telle maniere que l'une soit la premiere l'autre la seconde, etc. Semblablement les doyts soient mys par ordre ou nombre de 10 et ce fait soyes ung petit apart de la compaignie et dys a l'ung d'eulx qu'il double le nombre de la personne ayant l'aneau auquel double faiz adjouster 5 et puis cette somme multiplier par 5 a laquelle multiplication faiz adjouster le nombre du doyt auquel est l'anel et devant cellui nombre faiz mettre le nombre de la joincture du doyt en laquelle est cellui aneau en telle maniere qu'il occupe le premier ordre du nombre comme qui mettroit 5 devant 7 il auroit 75. Apres demande luy le nombre qu'il tient duquel oste 250 car la reste te demonstrera ce que veulx scavoir et saches que les centenes representent le nombre de la personne qui a l'aneau les dixaines le nombre des doitz et la premiere figure du nombre demonstre en quelle joincte. Exemple posons que le nombre qui t'a este dit par l'aultre personne qui a fait les multiplications et additions ainsi que luy as dit soit 932 adonc secretement de 932 oste 250 restent 682 par quoy peulx dire que la sixieme personne a l'aneau au huitieme doyt et en la seconde joincte et s'il advenoit que apres ce que as soustrayt les 250 du nombre qui t'a este dit que au lieu des dixaines y eust 0 adonc fauldroit oster une centene et la compter pour dix disenes en disant que l'aneau seroit au dixieme doyt. Comme se les multiplications et additions montoyent 951 adonc d'icellui nombre lyeve 250 et restent 701 qui est signe que la sixieme personne de la compaignie a l'aneau au dixieme doyt en la premiere joincte.

Le jeu des troys dez.

Ung homme a gette troys dez desquelz tu veulx scavoir les poins d'ung chascun par foy et de tous ensemble. Dys luy qu'il double les pointz de l'ung d'iceulx duquel qui luy plaira, auquel double faiz luy adjouster 5 et puis ceste multiplication multiplie par 5 a laquelle multiplication faiz adjouster les pointz de l'ung des deux aultres dez et devant cette somme qu'il mette les pointz du tiers et puis demandes lui le nombre qu'il tient et d'icellui lyeve en 250 car les troys figures qui restoient te demonstreront les pointz des troys dez.

Jeu pour scavoir le nombre ymagine par aultre voye que par le novenaire.

Si une personne avoit ymagine ung nombre a son plaisir et le veulx scavoir dys luy ainsi une telle personne t'en preste autant comme tu en as ymagine et puis lui en donnes encores ung certain nombre quelque voudras a ton plaisir. En apres dys luy que de tout le nombre qu'il tient que il en distribue la moictié pour ceulx qui ne veulent riens faire et qu'il garde l'aultre moictié. En apres dys luy qu'il rende ce que l'autre personne luy avoit preste et ce fait dys luy que tu scez bien ce qui luy demeure. Saches que ce qui luy reste est toujours la moictie de ce que luy as donne.

Le jeu du loup, de la chèvre et du chou.

Il est ung marchant qui mène vendre au marché ung loup, une chevre et ung chou et ainsi qu'il y aloit et conduisoit sa marchandise en gardant que le loup ne fist oultrage a la chevre et que la chevre ne mangeast le chou, il va trouver une riviere laquelle il convient qu'il passe en ceste maniere : c'est assavoir que à la foiz il ne peult ne doit passer fors une des troys choses qu'il conduyt et en telle maniere et facon que le loup en l'absence du marchant ne puisse faire dommage à la chevre ne la chevre au chou car si le marchant n'est toujours present la chevre mangera le chou ou la chevre sera mangee du loup. Et pourtant l'on demande commant le marchant pourra passer sa marchandise oultre la riviere sans encourir aucun dommage. Response : il peult premierement passer la chevre sus son col et puis torne, querre le chou et repasser la chevre et puis passer le loup et le laisser avec le chou et retourner querir la chevre et par ceste maniere il se gardera de dommage.

Le jeu des troys marys et de leurs femmes.

Ils sont troys hommes avec chascun sa femme qui veulent passer une riviere et n'ont que ung petit bateau auquel ne peuvent passer plus de deux personnes à la foiz. Or est il ainsi ordonné entre eulx que nulle de leurs femmes ne se doit trouver avec homme nul que son mary ne soit present ne deca la riviere ne dela et si aultrement elle fait elle est reputee deshonneste et desloyale a son mary. L'on demande maintenant commant ces six personnes pourront passer la riviere l'onneur des femmes saulve. Response : deux femmes passent et l'une ramene le bateau puis deux femmes passent encores et l'une ramene le bateau et demeure avec son mary et les deux aultres marys passent puis l'ung d'iceulx avec sa femme retornent le bateau. Les deux hommes passent et la femme repasse puis deux femmes passent ne reste plus fors que l'ung des marys voyst querir sa femme et sera fait [1].

Le jeu du tavernier.

Il est ung homme vendant vin lequel n'a que une mesure de troys pintes. Survient ung aultre homme aportant une mesure tenant 5 pintes lequel demande au tavernier 4 pintes de son vin assavoir moult commant ce tavernier porra bailler a l'aultre ces 4 pintes veu qu'il n'a que une mesure de 3 pintes avec la mesure de l'aultre qui en tient 5. Response : soit emplye la mesure de 5 et de ces 5 soit emplye la mesure de 3 et ces 3 pintes remises au tonneau et ce qui est la mesure de 5 soit mys en celle de troys puis encores soit emplye la mesure de 5 et de ces 5 soit remplye la mesure de 3 et par ainsi en la mesure de 5 demourront 4 pintes qui est ce que l'on demande ou aultrement soit emply la mesure de 3 et vuydee en celle de 5 et encores derechef emplye la mesure de 3 et d'icelle emplir celle de 5 puis vuyder celle de 5 au tonneau et 1 pinte qui est

1. Comme celui du loup, de la chèvre et du chou, ce vieux problème est devenu un classique. On citait au XVIIIe siècle sa solution en vers latins, ou prétendus tels, due à un auteur anonyme :

It duplex mulier, redit una, vehitque manentem,
Itque una. Utuntur tunc duo puppe viri
Par vadit et redeunt bini, mulierque sororem
Advenit, ad propriam fine maritus abit.

demouree en celle de 3 soit mise en celle de 5 en apres soit emply 3 et vuyde en 5 et sera fait.

Le jeu des deux femmes dont leurs enffans furent freres de leurs marys.

Ilz sont deux femmes ayant chascune ung beau filz entre leurs braz ausquelles fut demande de qui sont ces beaulx filz que vous portez et elles respondirent veritablement ilz sont filz de noz filz et freres de noz maryz et tout en loyal mariage assavoir moult commant ce peult faire combien que ceste contemplation ne se face pas par raison de nombre touteffoys elle est cy mise pour cause que a plusieurs la matiere peult estre nouvelle et joyeuse et pour reciter commant la chose se peult faire jadiz ces deux femmes qui en riens ne se appartenoient furent maryees et chascune eust ung filz et au chef d'ung temps leurs marys furent trespassez et leurs enffans grans puis prindrent a mary l'enffant l'une de l'aultre desquelz elles eurent les deux filz dessusdits qui s'ils estoient de leurs filz et freres et leurs maryz.

bibliographie

L'ordre chronologique a été adopté pour les auteurs anciens. Les auteurs du XX^e siècle sont classés par ordre alphabétique.

AUTEURS ANCIENS

Chuquet, Nicolas, « Jeux et Esbatemens », dans *Triparty en la science des nombres,* manuscrit du Fonds français de la Bibliothèque nationale (n° 1346, fol. 206-210), 1484.

Anonyme, *Lart De Lalgoris,* manuscrit en langue du pays de Foix écrit à Pamiers au XV^e siècle, Bibliothèque nationale, Fonds français, NAF, n° 4140.

Estienne de la Roche, dict Villefranche, *Larismétique et géométrie de Maistre Estienne de la Roche,* chez Constantin Fradin, Lyon, 1520. Réédition en 1538.

Chauvet, Jacques, *Methodiques institutions de la vraye et parfaicte arithmétique de Jacques Chauvet,* chez C. Royer, Paris, 1585. Rééditions en 1606, 1619, 1631, 1636, 1640, 1645, 1648, 1671.

Trenchant, Jean, *L'Arithmétique de Jean Trenchant, départie en trois livres. Ensemble un petit discours des changes, avec l'art de calculer aux getons,* chez M. Jove, Lyon, 1561. Rééditions en 1588, 1602, 1610, 1617, 1618, 1632, 1643, 1647.

Monantheuil, Henri de, *Ludus iastromathematicus,* Paris, 1597.

Bachet de Meziriac, *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres,* chez P. Rigaud, Lyon, 1612. Réédité par A. Blanchard, Paris, 1959.

Henrion, Denis, *Deux cens questions ingénieuses et récréatives, extraictes des œuvres mathématiques de Valentin Menher, Allemand, avec quelques annotations de Michel Coignet sur aucune d'icelles questions,* Paris, 1620.

Leurechon, Jean (dit Van Etten), *Récréations mathématiques composées de plusieurs problèmes plaisants et facétieux,* au Pont-à-Mousson, 1626.

Père Marin Mersenne, *Questions inouyes, ou Récréation des sçavans,* chez J. Villery, Paris, 1634.

Mydorge, Claude, *Examen du livre des Récréations mathématiques* (du P. J. Leurechon), chez Robinot, Paris, 1630.

Bettinus, Marius, *Recreationum mathematicarum,* Franciscus Tedeschius, Bononioe (Bologne), 1660.

Schwenter, *Deleciæ physico-mathematicæ,* Nuremberg, 1651. Réédité en 1677.

Ozanam, Jacques, *Récréations mathématiques et physiques,* chez J. Jombert, Paris, 1694, 4 vol. Nombreuses rééditions jusqu'en 1778.

Guyot, *Nouvelles Récréations physiques et mathématiques,* chez Gueffier, Paris, 1769, 4 vol.

Hooper, *Rational Recreations,* L. Davis, Londres, 1774, 4 vol.; Lackington, Londres, 1802, 2 vol.

Luya, *Amusements arithmétiques et algébriques de la campagne,* chez Du Villard fils, Genève, 1779.

Anonyme, *Passe-temps mathématique, ou récréation à l'Ile Sainte-Hélène,* chez Briquet, Genève, 1817.

Jackson, John, *Rational Amusements for Winter Evenings,* Londres, 1821.

Anonyme, *The Magician's Own Book,* Dick and Fitzgerald, 1857.

Lucas, Édouard, *Récréations mathématiques,* Gauthier Villars, Paris, 1882-1894, 4 vol. Réédité par A. Blanchard, Paris, 1960, 2 vol.

Lucas, Édouard, *L'Arithmétique amusante,* Gauthier Villars, Paris, 1895.

Vitrey, *Contes et comptes – 148 problèmes en vers,* Mirecourt, 1860.

Lagarrigue, Ferdinand, *Curiosités arithmétiques,* P. Dupont, Paris, 1866.

Lagarrigue, Ferdinand, *Récréations scientifiques,* P. Dupont, Paris, 1867.

Augustus de Morgan, *A Budget of Paradoxes,* Longmans Green and Co., Londres, 1872.

Dodgson, Charles L. (dit Lewis Carroll), *Curiosa mathematica, II, Problems thought out during wakeful hours,* Londres, 1893.

Dodgson, Charles L., *Pillow Problems,* Mac Millan, Londres, 1894.

Maupin, Georges, *Opinions et curiosités touchant la mathématique, d'après les ouvrages français des XVI^e, XVII^e et XVIII^e siècles,* chez G. Carré et C. Naud, Paris, 1898-1902.

AUTEURS DU XX^e SIÈCLE

Ahrens, Wilhelm, *Mathematische Unterhaltungen und Spiele,* Teubner, Leipzig, 1901. Réédité en 1921.

Alem, Jean-Pierre, *Jeux mathématiques,* Tchou, Paris, 1970.

Ball, W. Rouse, *Récréations mathématiques et problèmes des temps anciens et modernes,* trad. de l'anglais, A. Herman, Paris, 1907.

Bakst, Aaron, *Amusements mathématiques,* trad. de l'anglais, Dunod, Paris, 1957.

Basile, Joseph, *Cent problèmes de mathématiques amusantes,* Verviers, Gérard et C^{ie}, Paris, 1967.

Berloquin, Pierre, *100 Jeux numériques,* Le Livre de Poche, Paris, 1973.

Berloquin, Pierre, *100 Jeux géométriques,* Le Livre de Poche, Paris, 1973.

Boucheny, *Curiosités et récréations mathématiques,* Larousse, Paris, 1939.

Bruneau, *Initiation et curiosités mathématiques,* Nathan, Paris, 1939.

Büscher, Gustav, *Le Livre des merveilles,* trad. de l'allemand, Denoël, Paris, 1955.

Congrès international de récréation mathématique, *Comptes rendus du 1er congrès,* Bruxelles, 1935. *Comptes rendus du 2e congrès,* Librairie du Sphynx, Bruxelles, 1937.

Delevsky, Jacques, *La Philosophie des paradoxes mathématiques,* PUF, Paris, 1952.

Denis-Papin, Maurice, *Colles et Astuces mathématiques,* Blanchard, Paris, 1972.

Dinesman, Howard P., *Superior Mathematical Puzzles,* Simon and Schuster, New York, 1968.

Domoriad, A. P., *Mathematical Games and Pastimes,* Pergamon Press, Oxford, 1964 (trad. du russe).

Dudeney, Henry Ernest, *The Canterbury Puzzles,* W. Heinemann, Londres, 1907-1919.

Dudeney, Henry Ernest, *Amusements in Mathematics,* Nelson, Londres, 1917.

Dudeney, Henry Ernest, *Modern Puzzles and how to solve them,* C. A. Pearson, Londres, 1926-1936.

Dudeney, Henry Ernest, *Puzzles and Curious Problems,* Nelson, Londres, 1932-1935.

Dudeney, Henry Ernest, *A Puzzles Mind. Puzzles collected from the works of late H. E. Dudeney by J. Travers,* Nelson, Londres, 1941, 1951, 1959.

Dudeney, Henry Ernest, *536 Puzzles and Curious Problems, edited by Martin Gardner,* Scribner's, New York, 1967.

Fourrey, Émile, *Récréations arithmétiques,* Vuibert, Paris, 1947.

Gamow, George, *Un, Deux, Trois, l'infini,* trad. de l'américain, Dunod, Paris, 1963.

Gamow et Stern, *Jeux mathématiques,* trad. de l'américain, Dunod, Paris, 1957.

Gardner, Martin, *Mathématiques, Magie et Mystère,* trad. de l'américain, Dunod, Paris, 1960.

Gardner, Martin, *Mathematical Puzzles and Diversions from « Scientific American »*, Bell and Sons, Londres, 1961.

Gardner, Martin, *More Mathematical Puzzles and Diversions from « Scientific American »*, Bell and Sons, Londres, 1963.

Gardner, Martin, *Problèmes et Divertissements mathématiques,* trad. de l'américain, Dunod, Paris, 1964-1965, 2 vol.

Gardner, Martin, *Les Casse-Tête mathématiques de Sam Loyd,* trad. et adapt. de l'américain, Dunod, Paris, t. I, 1964, t. II, 1966.

Gardner, Martin, *The Numerology of Dr. Matrix.*

Gardner, Martin, *Les Magiciens démasqués,* trad. de l'américain, Presses de la Cité, Paris, 1966.

Gardner, Martin, *Nouveaux Divertissements mathématiques,* trad. de l'américain, Dunod, Paris, 1970.

Gardner, Martin, *Le Paradoxe du pendu et autres divertissements mathématiques,* trad. de l'américain, Dunod, Paris, 1971.

Heath, Royal V., *Mathemagic,* 1933.

Héraud, A., *Jeux et Récréations scientifiques,* t. II, Baillière, Paris, 1903.

Kordiemskii, Boris, *Sur le sentier des mathématiques,* trad. du russe, Dunod, Paris, 1963, 2 vol.

Kordiemskii, Boris, *The Moscow Puzzles, edited by Martin Gardner,* Scribner's, New York, 1972.

Kasner et Newman, *Les Mathématiques de l'imagination,* trad. de l'anglais, Payot, Paris, 1950.

Kraitchick, Maurice, *La Mathématique des jeux,* Imp. de Stevens, Bruxelles, 1930.

Laurent, C. M., *Problèmes amusants, curiosités mathématiques,* Les Grandes Éditions françaises, Paris, 1948.

Lietzmann, Walther, *Lustiges und Merkwürdiges von Zahlen und Formen,* Hirt, Breslau, 1930.

Lemoine, J.-G., *Les Anciens Procédés de calcul sur les doigts en Orient et en Occident,* Paris, 1932.

Long, Louis, *Du zéro à l'infini,* Aubanel, Avignon, 1959.

Loyd, Samuel, *voir* Gardner, Martin.

Mac Mahon, P. A., *New Mathematical Pastimes,* Cambridge, 1921.

Martin, Félix, *Récréations mathématiques et scientifiques,* Imp. de l'Edelweis, Bourg-Saint-Martin, 1948.

Northrop, *Fantaisies et Paradoxes mathématiques,* trad. de l'anglais, Dunod, Paris, 1954.

Prunier, Henri, *Passe-temps intellectuels,* Revue littéraire et artistique, Paris, 1928.

Rebière, A., *Mathématiques et Mathématiciens, pensées et curiosités,* Vuibert, Paris, 1911.

Sainte-Lagüe, A., *Avec des nombres et des lignes,* Vuibert, Paris, 1942.

Schaaf, William L., *Recreational Mathematics,* National Council of Teachers of Mathematics, Washington, 1958.

Schubert, H., *Mathematische Mussestunden,* Leipzig, 1909.

Steinhaus, Hugo, *Hundred Problems in Elementary Mathematics,* Pergamon Press, Oxford, 1902.

Steinhaus, Hugo, *Mathematical Snapshots,* Stechert, New York, 1938.

Thébault, Victor, *Les Récréations mathématiques,* Gauthier Villars, Paris, 1952.

Verchère, *Je me distrais en calculant,* Marque Maillard, Lons-le-Saulnier, 1947.

Vinot, Joseph, *Récréations mathématiques. Questions curieuses extraites des auteurs anciens et modernes,* Larousse, Paris, 1911.

Yaglom, Y. M. et I. M., *Challenging Mathematical Problems with Elementary Solutions,* trad. du russe, Holden Day, Londres, 1964.

SUR LES CARRÉS MAGIQUES

Cazalas, E., *Carrés magiques; avec un aperçu historique et une bibliographie des figures magiques,* Firmin Didot, Paris, 1934.

Delesalle, Auguste, *Carrés magiques,* Gauthier Villars, Paris, 1956.

Fermat, Pierre de, *Le plus grand quadruple, carré magique de Pierre Fermat, pour la première fois édité sans fautes d'impression par Basile de Sidoratsky,* Paris, 1904.

Frénicle de Bessy, Bernard, *Des quarrés ou tables magiques,* Paris, 1729.

Hügel, *Die magischen Quadrate,* Ansbach, 1859.

Kraitchik, Maurice, *Traité des carrés magiques,* Gauthier Villars, Paris, 1930.

La Hire, Philippe de, *Nouvelles Constructions et Considérations sur les quarrés magiques,* Paris, 1706.

Latour, F., *On Magic Squares,* W. Reeves, Athènes et Londres, 1895.

Lucas, Édouard, *Les Carrés magiques de Fermat et de Frénicle,* Delagrave, Paris, 1887.
Mollweide, *De quadratis magiciis commentatio,* Leipzig, 1816.
Poignard, *Traité des quarrés sublimes,* Fricx, Bruxelles, 1704.
Portier, B., *Le Carré cabalistique de 9,* A. Jourdan, Alger, 1902.
Portier, B., *Le Carré diabolique de 9,* A. Jourdan, Alger, 1902.
Rilly, A., *Étude sur les triangles et les carrés magiques,* Troyes, 1901.
Scheffler, Hermann, *Die Magischen Figuren,* Teubner, Leipzig, 1882.
Violle, B., *Traité complet des carrés magiques,* Bachelier, Paris, 1837-1838.
Voir aussi : Lucas, Fourrey, Verchère, *op. cit.*

SUR LE CARRÉ SATOR

Bloch, Alex, *Carré et Cube magique Sator,* 1967.
Bloch, Alex, *Carré magique Sator d'Albert le Grand,* Rouen, s.d.
Bloch, Alex, *Le Carré magique Sator,* Éditions de FEU, Rueil-Malmaison, 1963.

SUR LE NOMBRE D'OR

Cleyet-Michaud, Marius, *Le Nombre d'Or* (avec une bibliographie), PUF, Paris, 1973.

JOURNAUX ET REVUES

L'Intermédiaire des mathématiciens, Gauthier Villars, Paris, 1894 à 1902.

Science et Vie, Paris.

Le Monde, chronique de Pierre Berloquin.

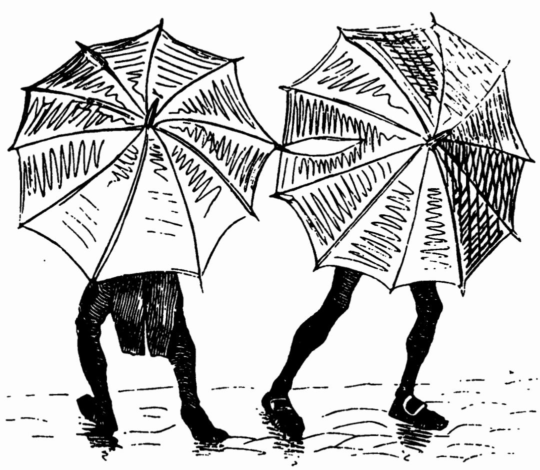
New Scientist, Angleterre.

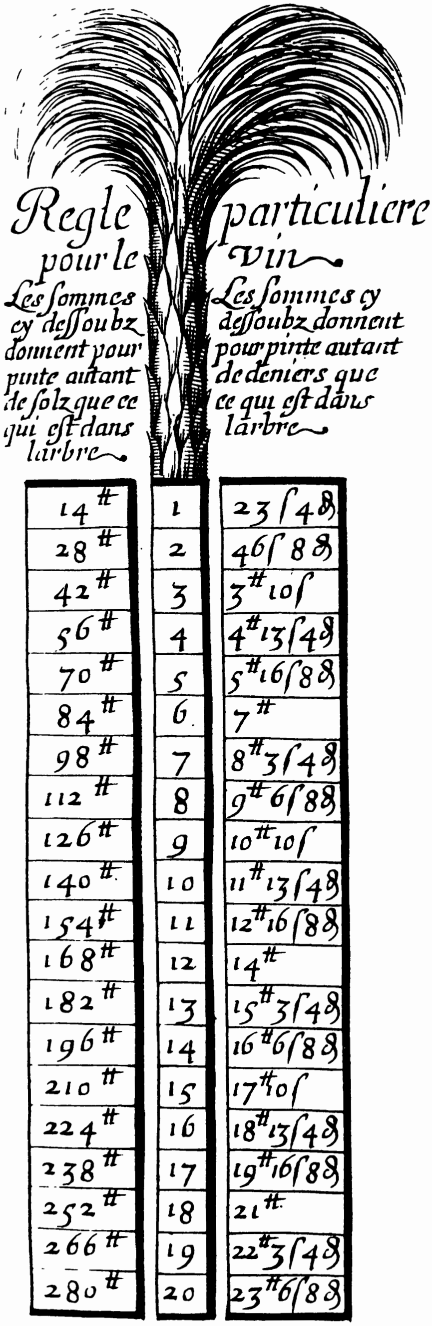
Scientific American, New York.

The Journal of Recreational Mathematics, New York.

Recreational Mathematic Magazine, New York.

Mathematics, Magic and Mystery/Martin Gardner, New York.





Les gravures que nous reproduisons tout au long de cet ouvrage proviennent en majeure partie de *l'Illustration* (1843-55) Ont été aussi utilisés : *Luca di Burgo Pacimetica Geometria* (Venise, 1523), *l'Art et les Sciences de la vraie proportion des lettres attiques* de Geoffroy Tory (1549), les *Eléments géométriques* d'Euclide (1549), les *Tableaux accomplis de tous les arts libéraux* de Christophe de Savigny (1587), le *Tableau arithmétique* d'Alexandre Jean (1628), les *Récréations mathématiques et physiques* de J. Ozanam (1725), le *Cours élémentaire de mécanique* de C. Delaunay (1852), le *Traité de physique élémentaire* de Dion et Fernet (1861), l'*Album de l'art industriel* (1865), le *Nouveau manuel complet du dessinateur et de l'imprimeur lithographe* de M. Knecht (1867), les *Merveilles de la science* de L. Figuier (1868), les *Secrets de la science, de l'industrie et de l'économie* de A. Héraud (1879), l'*Assemblée nationale comique* de A. Lireux (1880), les *Récréations mathématiques* de E. Lucas (1882-1894), l'*Almanach Hachette* (1895), un ancien *Catalogue de la Manufacture d'armes et de cycles de Saint-Etienne* (s.d.), *Snar* (1966), les *Charmes de la publicité* de Sternberg et Chapelot (1971) et de R. Massin : *5 000 vignettes françaises fin de siècle* (1966).
Certaines de ces gravures sont signées : Cham : 72 bas, 78, 84, 89, 92, 96, 104, 109, 117, 143, 149, 154, 162 bas, 171, 173, 176, 177, 205 bas, 207. - Cham et Letuaire : 110, 114, 190. - Coubertin : 191. - Albert Dürer : 100. - Gavarni : 186. - Grandville : 42, 131, 167, 180. - Christophe Huet : 200. - Lefils : 24, 174, 175, 187. - Midolle : 106, 107.
Archives Jean-Loup Charmet : 83. - Institut pédagogique national : 44. - Jean-Robert Masson : 9, 10, 26, 38, 46, 56 bas, 77 haut, 88, 100, 106, 107, 111, 123, 134, 147, 157, 179, 200 304, 308. - Palais de la découverte: 56 haut. - Bibliothèque nationale : 31, 80, 83, 136.

table

Jeux de l'esprit et divertissements mathématiques

Les "récréations mathématiques" sont aussi anciennes que notre histoire. Flavius Josèphe les pratiqua, comme, plus tard, Charlemagne, Leibniz et Flaubert. Le recueil de Jean-Pierre Alem propose cent onze problèmes en forme de jeux. Problèmes de mathématiques en général, mais non pas toujours : les "jeux de mots" font appel au vocabulaire et à la linguistique. Ailleurs, apparaissent des questions de logique, de cryptographie, d'échecs. La plupart de ces problèmes peuvent être résolus par des personnes n'ayant aucune formation mathématique, ce qui ne veut pas dire qu'ils n'offrent pas de difficulté.

L'auteur s'est efforcé de présenter chacune de ses énigmes de façon insolite ou pittoresque, toujours attrayante. Il a inséré entre elles de courtes notes relatives à des curiosités mathématiques ou à l'histoire des notions et formules utilisées, qui fournissent une série de clés et contiennent quelques données historiques inédites. Illustré de nombreuses gravures d'époque, l'ouvrage est complété par un chapitre d'un manuscrit inédit du XV^{e} siècle, de Nicolas Chuquet, qui constitue le premier recueil connu de récréations mathématiques. On y trouve exposés pour la première fois des problèmes devenus célèbres comme celui du loup, de la chèvre et du chou.

Imprimé en France 10-75 . 3
ISBN 2-02-004272-X

Seuil